

Aplicações e Modelação Matemática com recurso à calculadora gráfica e sensores

Tomé Torres, Clara Coutinho y José Fernandes

Resumo

Nesta investigação estudámos o impacto da exploração do tema Aplicações e Modelação Matemática com recurso à calculadora gráfica e sensores, enquanto tecnologias de recolha e tratamento de dados, sobre a aprendizagem e a motivação de alunos do 12.º ano de escolaridade, na disciplina de Matemática A, em Portugal.
Foi adoptada uma metodologia de investigação predominantemente qualitativa, seguindo um paradigma interpretativo, visando a descrição e compreensão dos processos de raciocínio desenvolvidos pelos alunos.

Abstract

In this research we studied the impact of the exploration of the theme Applications and Mathematic Modelling using the graphic calculator and sensors, as collecting and data processing technologies, concerning the learning process and the motivation of the 12th year students, in the subject of Mathematics A, in Portugal.
It was adopted a research methodology mainly qualitative, following an interpretative paradigm, aiming the description and understanding of the reasoning processes developed by the students.

Introducción

É consensual que as Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) proporcionam inúmeras potencialidades para o processo de ensino e aprendizagem, mas, no entanto, continuamos a assistir a uma utilização redutora das mesmas, não se criando alternativas estratégicas para exploração pedagógica destes recursos.

A procura de novas ferramentas que sejam eficazes no processo de ensino/aprendizagem faz pois parte das aspirações de qualquer profissional de educação. O objectivo último de qualquer professor é encontrar um recurso que motive os alunos e potencie a aprendizagem do leque mais abrangente possível de conhecimentos. As tecnologias, em particular as TIC têm prometido, ou fomentado promessas, de grandes revoluções na educação muito embora o seu impacto ao nível da sala de aula ainda esteja muito longe de atingir os níveis desejados (Paiva, 2002). De qualquer forma é hoje inegável que as TIC desempenham já um papel

importante como ferramentas privilegiadas ao serviço dos professores e da educação em geral e a questão que se coloca já não é se devemos ou não utilizar as TIC em contexto educativo, mas antes como devemos utilizá-las para delas tirar o melhor proveito possível.

No caso particular da educação matemática, são os professores quem mais deve contribuir para colocar a tecnologia ao serviço da Matemática, criando momentos adequados nas suas aulas “para o desenvolvimento de actividades que permitam aos alunos construir, descobrir e investigar Matemática” (Cunha, 2006: 5). Esta argumentação ganha ainda mais força quando se pensa na actividade de modelação e aplicação da Matemática (Matos, 1997: 43).

Em Portugal, a “modelação matemática” faz parte integrante dos conteúdos dos programas de Matemática do Ensino Secundário, “constituindo uma base de apoio que os alunos utilizam na sua actividade matemática”, que, “atravessam o programa de forma transversal” (ME, 2002: 5).

Já em meados da década de 70, Sebastião e Silva (1975: 13), referindo-se à sua participação nas reuniões internacionais de professores promovidas pela OCDE, afirmou que, um dos pontos assentes nestes encontros, é que “o professor de matemática deve ser, primeiro que tudo, um professor de matematização, isto é, deve habituar o aluno a reduzir situações concretas a modelos matemáticos e, vice-versa, aplicar os esquemas lógicos da matemática a problemas concretos”.

Em 1974, Griffiths & Howson (citado por Topa, 2003: *enum*), apontam vários motivos para a utilização da modelação matemática no ensino, salientando: (i) preparação dos alunos para uma melhor inserção na sociedade; (ii) a modelação constitui uma forma de motivar os alunos; (iii) a modelação é em si mesma uma herança cultural da Matemática e da humanidade; e (iv) pode constituir uma forma de evitar aprendizagens incorrectas.

Também no início dos anos 90 do século XX, Jaime Carvalho e Silva (1992: 4-5), defendia para todos os ciclos de ensino em Portugal, um ensino da Matemática que contemplasse as aplicações e a modelação matemática.

Relativamente à tecnologia, esta assume importância considerável nos programas portugueses de Matemática. Os programas consideram que “as calculadoras gráficas, que cada vez mais se utilizarão correntemente, devem ser entendidas não só como instrumentos de cálculo mas também como meios incentivadores do espírito de pesquisa, sendo de uso obrigatório” (ME, 2002: 34). E o programa estabelece uma ligação explícita da modelação matemática com o uso da tecnologia, indicando que “devem ser explorados com a calculadora gráfica” (ME, 2002: 11) vários tipos de actividades matemáticas, entre as quais: a modelação, a simulação e a resolução de situações problemáticas.

Sendo assim, as novas tecnologias em geral, e a calculadora e os sensores em particular, apresentam inúmeras vantagens e em várias dimensões (afectivas, cognitivas, ...) no processo ensino-aprendizagem da Matemática.

Neste artigo procuramos dar a conhecer uma experiência de implementação de um programa de Aplicações e Modelação Matemática (AMM) com recurso à calculadora gráfica e sensores numa turma do 12.º ano de escolaridade (em Portugal), bem como, o contributo destas tecnologias no ensino-aprendizagem desta temática.

Assim, nesta investigação estudamos o impacto da exploração do tema AMM com recurso à calculadora gráfica e a sensores, enquanto tecnologias de recolha e tratamento de dados, sobre a aprendizagem e a motivação de alunos. Este estudo teve como questão central, a seguinte: *A utilização da calculadora gráfica e dos sensores na modelação matemática contribuirá para melhorar a aprendizagem e motivação dos alunos?*

Com este estudo não se pretendeu obter confirmações de resultados previamente estabelecidos, mas sim, o de compreender os comportamentos dos alunos a partir das suas perspectivas pessoais. Assim, foram traçados os seguintes objectivos:

- Desenvolver actividades experimentais e de investigação ligadas às aplicações e modelação matemática;
- Identificar dificuldades reveladas pelos alunos em contextos de aplicações e modelação matemática;
- Caracterizar comportamentos e atitudes dos alunos face à utilização da calculadora e de sensores na modelação matemática;
- Avaliar o impacto da implementação das actividades de aplicação e de modelação matemática na aprendizagem dos alunos e nas suas percepções em relação ao ensino da matemática.

1. Modelação Matemática no Ensino da Matemática

Segundo Dantas (1996: 56), já na Idade Média, os matemáticos usavam processos de modelação, pois tinham como principal objectivo a “quantificação daquilo que os rodeava”, procurando leis matemáticas que descrevessem os fenómenos do mundo real. Citando Frank Swetz (1991), este autor refere ainda alguns cientistas que usaram o processo de modelação nos seus trabalhos matemáticos, como por exemplo, Galileo (1564-1643), Bonaventura Cavalieri (1598-1647), Evangelista Torricelli (1608-1647) e Kepler (1571-1630).

No século XVII surgiu o cálculo diferencial e integral, uma ferramenta importantíssima para a modelação matemática (Neto, 1999: 77).

Da necessidade de otimizar os modelos matemáticos criados, foram surgindo ao longo dos tempos máquinas mecânicas para realizar cálculos, e que acabaram por desembocar, em meados do século XX no computador digital.

Desde os anos 80 que “as aplicação da Matemática ao mundo real constituem uma preocupação pedagógica, (...) surgindo como uma alternativa ao que era visto como uma Matemática escolar virada para si própria, preocupada essencialmente com o ensino de estruturas e com aspectos de linguagem”. O surgimento das calculadoras e dos computadores impulsionam a modelação matemática, surgindo desde então “algumas investigações essencialmente centradas nos modelos de ensino e aprendizagem” (Ponte, Matos & Abrantes, 1998: 178).

1.1. Discussão dos conceitos fundamentais

Modelos são descrições simplificadas de situações reais ou imaginárias (Ponte, 1992: 15), podendo ser encarados como formas simplificadas de representar determinados aspectos de um sistema real (Edwards & Hamson, 1990; citados por Carreira e Matos, 1993: 2, 1995: 14), sendo por isso, uma réplica de um objecto, que pode ser boa se possui a maior parte das propriedades e características do objecto que retrata (Swetz, 1992: 45).

Quando os princípios de um modelo teórico têm uma base matemática, diz-se que se criou um **modelo matemático**, sendo por isso, uma estrutura matemática que descreve aproximadamente as características de um fenómeno em questão (Swetz, 1992: 45).

Segundo Carreira (1993: 11), o termo **aplicações da matemática** significa, a “intenção de estabelecer conexões entre a matemática e o mundo real, podendo entender-se, neste sentido, os modelos matemáticos como parte integrante das aplicações e o processo de modelação como forma de utilização da matemática em situações extra-matemáticas”.

Para Blum & Niss (1991; citado por Carreira e Dantas, 1993: 11, 1996: 58) e Ponte (1992: 15), **matematização** é o processo que se inicia com o modelo real e culmina dentro do mundo Matemático, sendo uma das etapas inerentes ao processo de modelação. **Matematizar** poderá corresponder ao acto de representar matematicamente determinados aspectos de uma situação do mundo real.

Entende-se por **modelação matemática** todo um processo que tem origem num dado fragmento da realidade e que culmina na construção de um modelo matemático dessa realidade (Niss, 1989; citado por Carreira, 1993:4; Matos, 1995:18).

1.2. O processo modelação

O processo de modelação matemática é usualmente descrito através de um conjunto de fases em que o núcleo de actividades ora se centra mais no fenómeno ora se centra no modelo, e como diz Matos (1995: 30), é aqui que a matemática pode ser vista em acção. Este processo é descrito como um ciclo (ciclo de modelação) que se pode repetir sucessivamente até se obter um modelo adequado à situação a modelar.

Há vários¹ modos de descrever o ciclo de modelação matemática e a versão que a seguir apresentamos é uma deles.

Esta formulação (Figura 1) é apresentada por Jaime Carvalho e Silva (2000: 25-26) e citada em vários manuais de matemática do ensino secundário em Portugal.

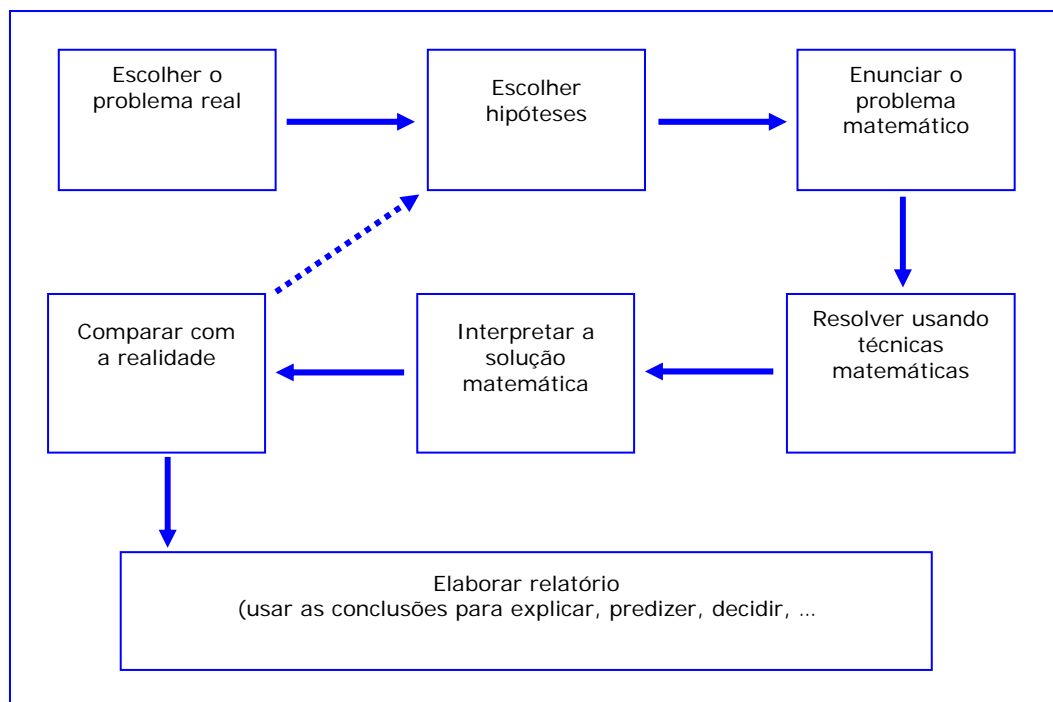


Figura 1 – Ciclo de modelação matemática apresentado por Silva (1994: 26)

Este ciclo de modelação matemática é formado pelas sete etapas seguintes:

1.^a) *Problema real* – segundo este autor, “tudo começa com a escolha de um problema real que pode estar mais ou menos indefinido”.

2.^a) *Escolha de hipóteses* – para seleccionar as hipóteses temos que decidir sobre a aceitação de determinadas características. Para este investigador, “a validação das conclusões apenas pode ser considerada tendo como referência as hipóteses seleccionadas”.

3.^a) *Enunciado do problema matemático* – nesta etapa devemos ter em consideração questões como: Que equações ou inequações há que resolver? Quais são as variáveis? O que é constante? Etc.

4.^a) *Resolução usando técnicas matemáticas* – escolher a técnica/teoria matemática mais adequada para resolver o problema matemático e tentar chegar à solução.

¹ Na sua tese de Mestrado, Tomé Torres (2007: 56-63) apresenta seis modos de descrever o processo de modelação matemático.

5.^a) *Interpretação da solução* – nesta etapa temos que analisar o significado da solução no contexto do problema real. Por exemplo, se 3 for a solução do problema matemático, no contexto real poderemos ter: 3 metros ou 3 dias ou 3 graus ou 3 pessoas ou ... etc.

6.^a) *Comparação com a realidade* – temos agora que confrontar a solução com a realidade, analisando se faz sentido ou não o resultado obtido quando confrontado com a situação concreta. Se a solução não for possível, isto quer dizer que “ou erramos os cálculos ou as nossas hipóteses não são aceitáveis”.

7.^a) *Elaboração de um relatório* – esta etapa é muito importante pois permite passar a escrito o que se teve de fazer. Na elaboração do relatório a “solução do problema é usada para explicar o fenómeno, ou prever a evolução futura, ou para servir de suporte e uma tomada de decisões”.

Se observarmos o esquema (figura 1), ele sugere que se volte à situação real e se apure o modelo, retomando o mesmo ciclo as vezes que forem necessárias, até obtermos o modelo que melhor se ajusta à situação em estudo.

Em suma, o processo de construção de modelos matemáticos da realidade é um processo dinâmico e envolve diversas fases. O aperfeiçoamento e robustez de um modelo evoluem em cada uma das repetições do ciclo de modelação que consiste na identificação da situação, tradução dos aspectos relevantes da situação para um modelo matemático, exploração matemática desse modelo matemático e avaliação da adequação do modelo à situação (Matos, 1995: 20-21).

2. Desenvolvimento da investigação

2.1. Metodologia de investigação

Foi adoptada uma metodologia de investigação predominantemente qualitativa, seguindo um paradigma interpretativo, visando a descrição e compreensão dos processos de raciocínio desenvolvidos pelos alunos, ao longo de doze sessões de actividades de AMM, com recurso à calculadora gráfica e aos sensores. Assim, o estudo de caso foi o modelo que se adequou melhor a esta investigação.

2.2. Descrição do estudo

O presente estudo foi realizado numa turma do 12.^o ano de escolaridade da Escola Secundária Carlos Amarante (ESCA) – Braga, do Curso Científico-Humanístico de Ciências e Tecnologias, na disciplina de Matemática A. A intervenção experimental decorreu no 2.^o e 3.^o períodos do ano lectivo de 2006/2007 e desenvolveu-se em três períodos de quatro sessões de 90 minutos cada uma, tendo abrangido um total de 12 blocos lectivos de 90 minutos cada um.

Na 1.^a sessão e parte da 2.^a, foi dado a conhecer aos alunos o projecto, foi feita a calendarização, foram distribuídos os 16 alunos por 4 grupos, foram definidas as regras de funcionamento das sessões e foram distribuídos e analisados/explorados

os documentos de apoio às sessões: o guião para a elaboração dos relatórios e textos de apoio contendo alguns conceitos de aplicações e modelação matemática, designadamente modelos de regressão e modelos matemáticos explorados com a calculadora gráfica

A 4.^a e a 8.^a sessões foram destinadas à introdução e exploração das ferramentas tecnológicas calculadoras gráficas² e sensores.

A última sessão (12.^a) foi destinada à avaliação final e individual das sessões experimentais.

Em todas as sessões, era resolvida uma Ficha de Trabalho (FT) e elaborado um relatório por grupo.

Esta experiência foi dividida em 3 partes: na 1.^a parte, foi abordada a modelação analítica (sessões 2 e 3); na 2.^a parte, foram resolvidas actividades de AMM com recurso apenas à calculadora gráfica (sessões 4 a 7); e na 3.^a parte, foram resolvidas actividades de AMM utilizando os recursos tecnológicos, calculadora gráfica e sensores (sessões 8 a 11).

Para apoiar a parte experimental desta investigação, principalmente na 4.^a e 8.^a sessões, recorreremos a um computador portátil, ao software³ educacional emulador da calculadora gráfica e a um projector multimédia para efectuar demonstrações e explicar o funcionamento da calculadora gráfica à turma inteira (note-se que este foi o primeiro contacto que os alunos tiveram com esta calculadora, visto que no dia-a-dia usam outro tipo⁴ de calculadoras gráficas).

As actividades realizadas pelos alunos, com o recurso à calculadora gráfica e aos sensores, foram seleccionadas tendo em conta o tempo disponível para a sua concretização na sala de aula e a oportunidade da sua utilização relativamente a conceitos e métodos estudados. Todas as actividades foram objecto de apreciação, crítica e aperfeiçoamento, quer por professores externos ao projecto, quer por dois professores da Universidade do Minho, especialistas neste tipo de estudos e que acompanharam a investigação. Importa ainda referir que as actividades têm uma estrutura idêntica, iniciando-se com a apresentação de uma situação da vida real que serve de ponto de partida para um conjunto de questões posteriores.

Cada sessão foi dividida em dois momentos: em média, nos primeiros 60 minutos os alunos eram convidados a resolverem a actividade proposta sobre a forma de uma ficha de trabalho orientada, e nos últimos 30 minutos era solicitado aos alunos a elaboração de um relatório (em grupo) sobre o trabalho efectuado referente à actividade desenvolvida.

Relativamente ao teor das actividades das oito fichas de trabalho (Torres, 2007: 181-216), apresentamos no quadro 2 uma descrição sucinta das mesmas.

² No estudo foram utilizadas calculadoras gráficas TI-84 Plus Silver Edition, da Texas Instruments.

³ Referimo-nos ao software TI-SmartView, emulador das calculadoras gráficas da família TI-84.

⁴ No dia-a-dia, os alunos usam a calculadora gráfica fx-9860G da Casio.

2.3. Caracterização dos intervenientes no projecto

A turma que participou na investigação tinha 16 alunos do 12.º ano inscritos na disciplina de Matemática A, sendo 7 do sexo masculino e 9 do sexo feminino. As idades dos alunos variavam entre os 17 e os 20 anos, sendo a média de idades de 18,2 anos. Isto justifica o facto de 75% destes alunos já terem reprovado pelo menos uma vez.

Desde o 10.º ano que esta turma é caracterizada como tendo baixo aproveitamento e com muitas dificuldades a Matemática A, tendo vindo a melhorar. Estes alunos tiveram sempre apoio pedagógico acrescido a esta disciplina.

Apesar do seu aproveitamento irregular, é uma turma simpática, unida e esforçada, revelando interesse pela disciplina e pela escola, tendo aderido com entusiasmo a este projecto de investigação.

2.4. Recursos utilizados

As sessões experimentais decorreram quase todas no Laboratório de Matemática. No quadro 1 são apresentados os recursos utilizados no estudo e a sua distribuição em cada uma das 12 sessões.

Quadro 1 – Recursos utilizados em cada sessão.

Sessão	Recursos utilizados	
	Em papel	Tecnológicos
S1	- Calendarização das 12 sessões	- Computador portátil e projector multimédia
S2	- Fichas Informativas 1 e 2	- Computador portátil e projector multimédia
S3	- Ficha de Trabalho n.º 1 (FT1) - Folha de resolução da FT1 - Folha para elaborar o Relatório 1	- Computador portátil e projector multimédia
S4	- Ficha de Trabalho n.º 2 (1.ª Parte) (FT2A) - Folha de resolução da FT2A - Folha para elaborar o Relatório 2A	- Computador portátil e projector multimédia - Software TI-SmartView - 16 Calculadoras Gráficas
S5	- Ficha de Trabalho n.º 3 (FT3) - Folha de resolução da FT3 - Folha para elaborar o Relatório 3	- Computador portátil e projector multimédia - Software TI-SmartView - 16 Calculadoras Gráficas
S6	- Ficha de Trabalho n.º 4 (FT4) - Folha de resolução da FT4 - Folha para elaborar o Relatório 4	- 16 Calculadoras Gráficas
S7	- Ficha de Trabalho n.º 5 (FT5) - Folha de resolução da FT5 - Folha para elaborar o Relatório 5	- 16 Calculadoras Gráficas
S8	- Ficha de Trabalho n.º 2 (2.ª Parte) (FT2B) - Folha de resolução da FT2B - Folha para elaborar o Relatório 2B	- Computador portátil e projector multimédia - Software Ti-SmartView - 16 Calculadoras Gráficas e 1 painel ViewScreen - CBR, CBL, sensor de pressão e outros - Retroprojector

S9	- Ficha de Trabalho n.º 6 (FT6) - Folha de resolução da FT6 - Folha para elaborar o Relatório 6	- 16 Calculadoras Gráficas - CBR
S10	- Ficha de Trabalho n.º 7 (FT7) - Folha de resolução da FT7 - Folha para elaborar o Relatório 7	- 16 Calculadoras Gráficas - CBL e Sensor de pressão
S11	- Folha de resolução da FT8 - Folha para elaborar o Relatório 8	- 16 Calculadoras Gráficas - CBR
S12	- Questionário	–

2.5. Caracterização das actividades

Ao longo desta investigação foram realizadas 12 actividades (quadro 2), previamente elaboradas, distribuídas da seguinte forma: 3 actividades em cada uma das fichas de trabalho FT1 e FT2, e 1 actividade em cada uma das fichas de trabalho FT3, FT4, FT5, FT6, FT7 e FT8.

Quadro 2 – Apresentação sucinta das actividades das oito FT e respectivos recursos necessários.

Fichas de Trabalho (FT)	Actividades	Recursos tecnológicos	Modelo matemático	Observações
FT1	- Candeeiros numa estrada - Bactérias na praia - A roda gigante	–	- Modelo racional - Modelo exponencial - Modelo sinusoidal	Modelação analítica
FT2	- Funções - Estatística/regressão - Imitar o gráfico	- Calculadora gráfica - Calculadora gráfica - Calc. gráfica + CBR ⁵	–	Adaptação à calculadora gráfica e sensores
FT3	- Quanto custa exceder os limites de velocidade?	- Calculadora gráfica	- Modelo de potência	Modelação utilizando recursos tecnológicos
FT4	- Crescimento logístico de uma população	- Calculadora gráfica	- Modelo logístico	
FT5	- Eclipses solares	- Calculadora gráfica	- Modelo sinusoidal	
FT6	- Bola saltitante	- Calculadora gráfica - Sensor CBR	- Modelo quadrático	
FT7	- Pressão e volume de um gás	- Calculadora gráfica - CBL ⁶ - Sensor de pressão	- Modelo potência	
FT8	- O Pêndulo	- Calculadora gráfica - Sensor CBR	- Modelo sinusoidal	

⁵ Calculator_Based RangerTM – detector de movimento sónico utilizado com as calculadoras gráficas da TI, permite recolher, ver e analisar dados de movimento (TI, 1997, 2004).

⁶ Calculator_Based LaboratoryTM – dispositivo de recolha de dados portátil destinado a recolher dados do “mundo real”, com acoplamento de sensores adequados (TI, 2003).

O formato das actividades de cada FT, obedeceram à seguinte estrutura: (1) introdução, onde é descrita a situação real que serve de base à actividade; e (2) questões, relacionadas com a situação apresentada e que constituem a base para o desenvolvimento de processos de modelação e aplicação da Matemática. Algumas destas questões desempenham apenas o papel de orientação para a utilização dos recursos tecnológicos utilizados. Nos quadros 3 e 4 são apresentadas duas actividades desenvolvidas pelos alunos.

Quadro 3 – Actividade “Eclipses solares” da FT 5
(actividade de modelação utilizando a calculadora gráfica)

Actividade: Eclipses solares

Os eclipses solares têm sido observados e registados, despertando a atenção dos astrónomos chineses desde há muito tempo. Observações mais cuidadosas foram feitas a partir da invenção do telescópio, no século XVII, por um sem-número de astrónomos: de Galileu a William Herschel, de Heinrich Schwabe a Johann Rudolph Wolf. A tabela ao lado regista o número de eclipses solares observados desde 1978 a 1998.

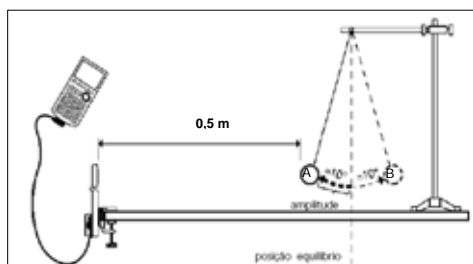
Ano	N.º de eclipses	Ano	N.º de eclipses
1978	93	1989	158
1979	155	1990	143
1980	155	1991	146
1981	140	1992	94
1982	116	1993	55
1983	67	1994	30
1984	46	1995	18
1985	18	1996	9
1986	13	1997	22
1987	29	1998	64
1988	100		

1. Construa a tabela no editor de listas estatístico da calculadora gráfica.
2. Recorrendo ao STAT-PLOT da calculadora gráfica, represente graficamente a nuvem de pontos correspondente aos dados apresentados na tabela.
3. Da análise do gráfico obtido e das potencialidades da calculadora, justifique sumariamente que, relativamente aos modelos estudados, o modelo sinusoidal se presta melhor para descrever a situação em estudo.
4. Use a calculadora gráfica para definir o modelo sinusoidal que melhor se aproxima dos dados (apresente os valores obtidos com aproximação às décimas de milésima).
5. Em 2001, o número de eclipses foi de 111. Verifique se o modelo encontrado se ajusta a este valor.
6. Quantos eclipses prevê que tenha havido em 1950? E este ano, quantos haverá?

Quadro 4 – Actividade “O Pêndulo” da FT 8
(actividade de modelação utilizando a calculadora gráfica e o CBR)

Actividade: O Pêndulo

O objectivo desta actividade é o de continuar o estudo das funções trigonométricas e das suas propriedades, desenvolvendo e explorando modelos sinusoidais. É também uma boa oportunidade para analisar o que faz com que um modelo seja ideal ou apenas razoável.



A. Recolha de Dados

Equipamento Necessário: TI-84 Plus com a aplicação CBL/CBR; 1 Sensor CBR; 1 cabo de ligação; 1 Pêndulo com suporte; 1 Cronómetro e 1 Fita métrica

Instruções da experiência: O objectivo da experiência é recolher dados relativos à distância entre o pêndulo e o CBR, quando o pêndulo é posto em movimento.

1. Alinhar o pêndulo de forma que ele se desloque na direcção do CBR.
2. Colocar o CBR a mais de 0,5 m da posição mais avançada do pêndulo, tal como se mostra na figura.
3. Medir a distância do CBR até à posição de equilíbrio do pêndulo.
4. Determine o período do pêndulo, ou seja, o tempo correspondente a uma oscilação completa (de A até B). Para isso, usar um cronómetro para medir o tempo correspondente a 10 oscilações.
5. Ligar o CBR à TI-84 Plus com o cabo de ligação.
6. Colocar a calculadora gráfica no modo radiano.
7. Premir a tecla **APPS**, escolher CBL/CBR e premir **ENTER**.
8. Seleccionar 3:Ranger e premir a tecla **ENTER** para avançar para o ecrã seguinte.
9. No ecrã MAIN MENU seleccionar 1:SETUP/SAMPLE, premir **ENTER** e escolher as seguintes opções:
REALTIME: NO ; TIME (S): 10 ; DISPLAY: DISTANCE ; BEGIN ON: **ENTER** ; SMOOTHING: LIGHT ; UNITS: METERS
10. Seleccionar START NOW e premir **ENTER** para iniciar a recolha de dados. É conveniente que uma pessoa segure a calculadora e outra coloque o pêndulo em movimento, deslocando-o cerca de 10° da posição de equilíbrio. Quando a recolha estiver completa, a calculadora apresenta, de imediato, um gráfico *distância-tempo* relativo aos dados recolhidos.

B. Questões

1. Qual é a distância do CBR à posição de equilíbrio do pêndulo?
2. A que distância da posição de equilíbrio lançou o pêndulo?
3. Qual é o período do pêndulo? Qual é a distância correspondente a um período?
4. Observe o gráfico da calculadora e descreva-o. Identifique no gráfico a posição de equilíbrio do pêndulo.
5. Encontre uma função que modele o comportamento *distância-tempo* do pêndulo (use a regressão trigonométrica).
6. No **4: PLOT MENU** do **MAIN MENU**, escolha **VELOCITY-TIME** para observar o gráfico correspondente à velocidade-tempo. Desenhe e compare os gráficos distância-tempo e velocidade-tempo, analisando as semelhanças e as diferenças.
7. Em qual posição está a velocidade máxima do pêndulo? E a velocidade mínima do pêndulo?

2.6. Métodos e instrumentos de recolha de dados

- **Análise documental:** consulta de alguns documentos de registo de avaliação dos alunos e as actas dos conselhos de turma, desde o 10.º até ao 12.º ano;
- **Registo de Observações:** recolha de informações junto dos alunos através da observação directa e de conversas informais (ao longo das sessões);
- **Fichas de Trabalho (FT):** elaboradas oito FT, umas construídas pelo investigador e outras adaptadas a partir de protocolos existentes (Torres, 2007: 181-216). Estas FT foram resolvidas em grupo, tendo por base experiências realizadas pelos alunos nas aulas.
- **Relatório dos alunos:** No final de cada tarefa era solicitado a elaboração, em grupo, de um relatório, onde constasse um relato o mais completo possível de tudo o que se passou ou poderia ter-se passado ao longo da sessão, bem como a descrição do sentimento com que ficaram no final da mesma. O guião para a elaboração dos relatórios pedidos aos alunos (Torres, 2007: 173-176) é uma adaptação do guião construído e utilizado por Carreira (1993: 373-376) na sua dissertação do Mestrado.
- **Questionário Final:** No final de todas as actividades, foi preenchido individualmente um questionário por todos os alunos da turma (Torres, 2007: 217-222). O questionário final da parte prática do estudo, passado aos alunos, foi uma adaptação dos questionários construídos e utilizados por Carreira (1993: 391-396) e Cunha (2006: 228-230, 248-249), sendo formado por quatro partes.

2.7. Análise dos dados

A análise dos dados foi organizada atendendo ao (i) trabalho desenvolvido pelos alunos em grupo, onde se apresenta uma descrição comentada dos diversos resultados; ao (ii) desempenho dos grupos nas FT, onde são avaliadas todas as FT resolvidas; e às (iii) opiniões dos alunos sobre a experiência realizada/vivida, recolhidas através de um questionário final individual.

3. Apresentação dos resultados

3.1. Dificuldades no trabalho desenvolvido pelos alunos

Inicialmente os alunos estavam um pouco baralhados pois, apesar dos exercícios terem enunciados claros, não se sentiam à vontade neste tipo de actividades. Foi necessário aconselhar alguma calma, proceder a uma pequena explicação sobre o que se pretendia em cada actividade, sugerindo aos alunos que comesçassem por analisar as situações apresentadas através de esquemas e exemplos particulares e, depois de entenderem o processo, partirem para a generalização.

Um outro momento em que os alunos sentiram dificuldades, foi na elaboração do primeiro relatório, pois não possuíam experiências neste tipo de trabalho. Para ultrapassar estas dificuldades foi necessário proceder a uma explicação detalhada dos itens mais importantes a abordar.

Apresenta-se no quadro 5, opiniões de alunos extraídas dos relatórios por eles elaborados, que nos levaram a concluir que estes procedimentos foram suficientes para os orientar para as tarefas propostas.

Quadro 5 – Opiniões de alguns alunos sobre as dificuldades no trabalho desenvolvido.

Encontramos algumas dificuldades no início, mas foram facilmente ultrapassadas com a explicação do professor.

A princípio, e talvez por ser a primeira actividade, não compreendemos logo o que era pedido, mas com a ajuda do professor conseguimos começar. A partir daqui, conseguimos avançar e concluir as outras actividades com mais facilidade.

No início elaborar o relatório era algo aborrecido e complicado, apesar das orientações do professor. Com o desenrolar da experiência, comecei a ver os relatórios como algo importante, pois neles sintetizávamos a matéria dada, identificamos dificuldades e consolidamos os conhecimentos adquiridos. As dificuldades devem-se ao facto de não termos experiência neste tipo de trabalhos escritos.

3.2. Desempenho dos grupos nas Fichas de Trabalho

No grupo I, a percentagem de abordagens satisfatórias foi superior a 80% em todas as FT, excepto na FT2, que foi de 71%. Salientamos ainda que nas FT3 e FT7 o desempenho satisfatório atingiu os 100%. Em termos médios, este desempenho rondou os 87%.

No grupo II, a percentagem de abordagens satisfatórias foi superior a 80% nas várias FT, excepto nas FT6 e FT8, cujo desempenho satisfatório ficou pelos 80%. Nas FT1, FT4 e FT7 este sucesso foi pleno, correspondendo a 100% o desempenho satisfatório. A média percentual deste desempenho rondou os 89%.

No grupo III, a percentagem de abordagens satisfatórias foi superior a 80% nas actividades das primeiras sete FT e o desempenho satisfatório foi de 80% na FT8. Nas FT1, FT3 e FT5, este desempenho atingiu os 100%. Salienta-se ainda a excelente média de 92%, obtida pelo grupo no desempenho satisfatório.

No grupo IV, a percentagem de abordagens satisfatórias variou entre os 65%, obtida na FT2, e os 100%, obtida na FT7. Mesmo assim, a média percentual do desempenho satisfatório rondou os 80%.

Fazendo agora uma análise comparativa do desempenho satisfatório dos quatro grupos na parte experimental deste projecto (figura 2), podemos observar que, em termos médios, os grupos I, II e III obtiveram um sucesso superior a 80% e o grupo IV, apesar de ter obtido uma percentagem média inferior à dos restantes grupos, esta encontra-se muito próxima dos 80%.

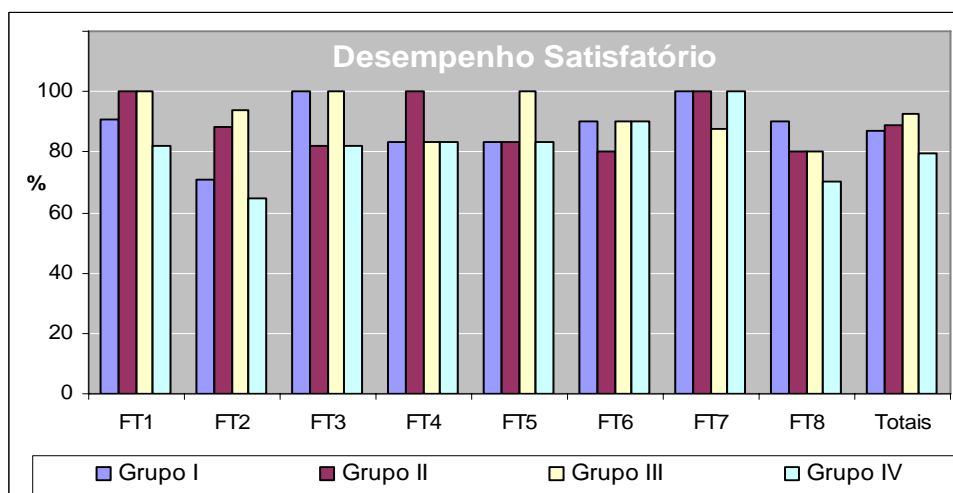


Figura 2 – Gráfico do desempenho satisfatório dos alunos dos 4 grupos em cada uma das FT.

Comparando os grupos em cada uma das FT, podemos observar que:

- Nas FT 1, 3, 4, 5, 6 e 7, todos os grupos obtiveram um sucesso superior a 80%; enquanto que na FT2 apenas os grupos II e III obtiveram desempenho satisfatório superior a 80%; e na FT8 só o grupo IV não conseguiu atingir a marca de 80%;
- Relativamente ao desempenho satisfatório pleno (100%), podemos ver que: o grupo I obteve 100% nas FT 3 e 7; o grupo II obteve 100% nas FT1, 4 e 7; o grupo III obteve 100% nas FT 1, 3 e 5; enquanto que o grupo IV obteve 100% na FT7.

Em suma, todos os grupos obtiveram um desempenho muito positivo em todas as actividades em que se envolveram, algumas das quais ultrapassaram mesmo todas as expectativas. Notou-se um maior desempenho por parte do grupo III, tendo sido o grupo IV que revelou maiores dificuldades. Salienta-se ainda que todos os grupos se empenharam muito neste projecto e desenvolveram as actividades com muita dedicação e rigor, o que se reflecte nos resultados obtidos por todos os grupos.

3.3. As opiniões dos alunos sobre a experiência realizada

As duas primeiras partes do questionário destinaram-se à caracterização dos alunos envolvidos no projecto, enquanto que, a 3.^a e a 4.^a parte, estão relacionadas com o desenvolvimento do estudo.

A análise dos dados das 19 questões da 3.^a parte do questionário final (figura 3), é apresentada por três grupos de questões que se encontram associadas, tendo em conta a sua relevância para responder à questão central de investigação: “A utilização da calculadora gráfica e sensores na modelação matemática contribuirá para melhorar a aprendizagem e motivação dos alunos?”

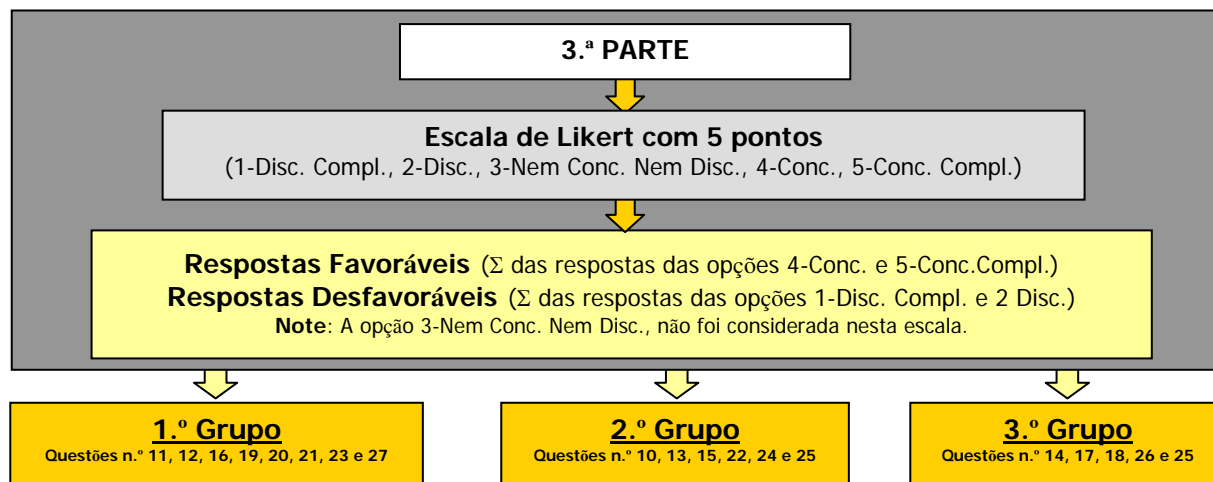


Figura 3 – Escalas utilizadas nas respostas às questões da 3.ª parte do questionário final.

1.º Grupo de questões: Utilização da calculadora gráfica e sensores para melhorar a aprendizagem em Matemática, nomeadamente na temática AMM (quadro 6).

Quadro 6 – Resultados das respostas dadas pelos alunos nas questões 11, 12, 16, 19, 20, 21, 23 e 27.

N.º	Itens	Percentagem de respostas	
		Favoráveis	Desfavoráveis
11.	Com a utilização da calculadora gráfica e sensores senti estar a construir o meu próprio conhecimento.	81	0
12.	Neste trabalho de grupo, com a ajuda da calculadora gráfica e dos sensores fui capaz de adquirir conhecimentos que sozinho não conseguiria.	75	6
16.	O recurso à calculadora gráfica e aos sensores facilitou a minha aprendizagem das Aplicações e da Modelação Matemática.	81	0
19.	Sozinho e sem utilizar a calculadora gráfica e os sensores seria muito mais difícil chegar às mesmas conclusões.	50	19
20.	No meu grupo, quando algum aluno adquiria um conhecimento todos tirávamos partido disso, aprendendo uns com os outros.	88	0
21.	Durante a realização das várias tarefas, os conhecimentos que foram sendo adquiridos facilitaram a realização e compreensão das tarefas seguintes.	100	0
23.	Ao longo da realização das várias tarefas deste projecto com a calculadora gráfica e os sensores recorri cada vez menos à ajuda do professor.	56	6
27.	Em grupo e sem utilizar a calculadora gráfica e os sensores não teria conseguido chegar às mesmas conclusões.	69	25

Em termos de resultados, salienta-se que, à excepção das questões 19 e 23, todas as restantes apresentam um nível de satisfação superior a 75%. As percentagens de 50% e 56% de respostas favoráveis nas questões número 19 e 23, respectivamente, devem-se ao facto de muitos alunos optarem pelo nível “3-Nem concordo nem discordo” (31% e 38%), o que diminuiu consideravelmente a percentagem de respostas favoráveis.

Apresenta-se no quadro 7 alguns excertos retirados dos relatórios dos alunos, que nos podem ajudar a perceber as melhorias introduzidas na sua aprendizagem.

Quadro 7 – Opiniões de alguns alunos sobre as melhorias introduzidas na aprendizagem.

Na resolução das fichas, quando um elemento do grupo encontra um obstáculo, por não perceber o exercício, debatíamos em conjunto e ultrapassávamos o obstáculo. Também, quando um exercício suscitava diferentes maneiras de o resolver, tentávamos ver a que melhor se adequava à situação apresentada.

Foi muito positivo a parte em que fomos nós a realizar as experiências com a calculadora e sensores, pois assim pude descobrir coisas que já tinha ouvido falar nelas mas nunca tinha percebido.

Estas actividades permitiram uma melhor compreensão e interpretação de gráficos e dos modelos matemáticos através das experiências reais realizadas com recurso à calculadora e sensores.

Quando estudei na Física o movimento do pêndulo, não cheguei a perceber porque era sinusoidal. Quando realizei e repeti a experiência com a calculadora e o sensor do movimento, entendi que as oscilações se repetiam e que se tratava de um movimento periódico.

Foi importante o contacto com estas tecnologias, que nos proporcionou outro tipo de aprendizagem utilizando exemplos reais que de forma analítica não seria possível.

2.º Grupo de questões: Utilização da calculadora gráfica e sensores nas aulas de Matemática para motivar os alunos nas aulas de Matemática (quadro 8).

Quadro 8 – Resultados das respostas dadas pelos alunos nas questões 10, 13, 15, 22, 24 e 25.

N.º	Itens	Percentagem de respostas	
		Favoráveis	Desfavoráveis
10.	Nas actividades realizadas com a calculadora gráfica e sensores aprendi Matemática de uma forma mais “real” e motivadora.	100	0
13.	A utilização da calculadora gráfica e dos sensores neste trabalho de grupo fez com que eu colaborasse mais com os meus colegas do que habitualmente.	69	6
15.	A utilização da calculadora gráfica e dos sensores fez com que eu me sentisse mais responsável pela minha aprendizagem e pela dos meus colegas de grupo.	94	0
22.	No meu grupo, no final de cada tarefa tínhamos a preocupação de que todos a cumprissem e compreendessem.	56	13
24.	O facto de ter sido eu a construir o meu conhecimento despertou em mim vontade de saber mais.	94	0
25.	Partilhei, mais do que habitualmente, com os meus amigos e familiares as actividades e conhecimentos deste projecto.	50	13

Em termos de resultados, salienta-se que nas questões 10, 15 e 24 a percentagem de respostas favoráveis é superior a 90%, sendo de 100% na questão 10. Nas restantes questões a percentagem de respostas favoráveis varia de 50% a 70%. Nestas questões verificou-se uma grande número de respostas no nível “3-Nem concordo nem discordo” (entre 25% e 37%), o que diminuiu a percentagem de respostas favoráveis.

3.º Grupo de questões: Níveis de usabilidade dos recursos tecnológicos (calculadora gráfica e sensores) nas aulas de Matemática (quadro 9).

Quadro 9 – Resultados das respostas dadas pelos alunos nas questões 14, 17, 18, 26 e 28.

N.º	Itens	Percentagem de respostas	
		Favoráveis	Desfavoráveis
14.	É fácil de utilizar a calculadora gráfica e os sensores.	31	19
17.	O uso da calculadora gráfica e dos sensores tornou as aulas mais interessantes e atractivas.	94	6
18.	Gostei das actividades desenvolvidas com recurso à calculadora gráfica e aos sensores.	94	6
26.	É fácil aprender a trabalhar com a calculadora gráfica e com os sensores.	63	19
28.	Utilizou-se a calculadora gráfica e os sensores com satisfação e agrado.	88	0

Em termos de resultados, salienta-se que nas questões 17, 18 e 28 os valores percentuais de respostas favoráveis são superiores a 85%, enquanto que na questão 26 esta percentagem é de 63%.

Na questão 14 a percentagem de respostas favoráveis fica-se pelos 31%, o que se deveu ao facto de nesta questão 50% dos alunos terem optado pelo nível “3-Nem concordo nem discordo”.

A 4.ª parte do questionário (questões de resposta aberta) aborda a opinião dos alunos sobre a importância dos relatórios, a eficácia do trabalho desenvolvido sobre a aprendizagem, o interesse das actividades e aspectos positivos e negativos das aulas de Aplicações e Modelação Matemática. Assim:

- **Importância dos relatórios:** 87,5% dos alunos têm opinião favorável, argumentando que: (i) nos relatórios é feita a descrição dos raciocínios desenvolvidos na realização das actividades, obrigando os alunos a estar atentos aos pormenores da resolução da FT para os poderem expor/relatar; e (ii) com os relatórios foi possível aos alunos sintetizarem a matéria dada, identificarem dificuldades e consolidarem os conhecimentos adquiridos.
- **Eficácia do trabalho desenvolvido para a aprendizagem das AMM:** todos os alunos expressaram opiniões favoráveis. Segundo os alunos, a maneira interessante e interactiva como decorreram as aulas tornou a aprendizagem de AAM mais fácil. Foram aulas diferentes, o que fez com que os alunos se interessassem mais pela Matemática, não se limitando a

ouvir o professor, mas também descobrindo “coisas” através de outros métodos, como o uso de tecnologias e o trabalho em grupo.

- **Interesse das actividades:** não houve opiniões desfavoráveis, referindo mesmo que experiências do género seriam úteis a outros alunos, independentemente do nível de ensino em que se encontrem. Todos gostariam de relacionar os problemas matemáticos com a realidade e actividades deste género poderiam suscitar curiosidade na sua realização, não só a nível de resolução escrita como também no uso da tecnologia.
- **Aspectos positivos:** os alunos valorizaram as actividades desenvolvidas, o uso das tecnologias, o trabalho de grupo e as experiências realizadas por eles. As aulas foram interactivas e agradáveis, despertando um maior interesse pela Matemática.
- **Aspectos negativos:** falta de alguma organização intra-grupo.

4. Conclusões do estudo

Assim, quer a questão central, quer os objectivos da investigação, encaminhamos para três itens conclusivos fundamentais: Melhoria da aprendizagem dos alunos nas aulas de AMM; motivação dos alunos nas aulas de AMM; e utilização dos recursos tecnológicos no estudo das AMM.

4.1. Melhoria da aprendizagem

Os resultados encontrados permitem tirar as seguintes conclusões:

(a) As actividades exploradas permitiram aos alunos desenvolver aprendizagens significativas

Os alunos criaram, em cada situação, um modelo matemático, aperfeiçoaram-no sucessivamente (às vezes por “tentativa erro”) com base num processo de Modelação Matemática, até encontrarem uma solução satisfatória.

De entre as aprendizagens desenvolvidas pelos alunos, salientam-se: (i) utilizar a Matemática para abordar e compreender situações do mundo real; (ii) descobrir relações entre situações reais conhecidas e determinados modelos matemáticos, assim como lidar com fenómenos reais menos comuns através da sua representação matemática; (iii) desenvolver estratégias e métodos adequados para a resolução das actividades propostas, tais como discussão e análise das situações, elaboração de esquemas, identificação de dados relevantes, tradução de aspectos reais para aspectos matemáticos através de condições, gráficos e tabelas e procura de soluções; (iv) tirar partido da calculadora gráfica e dos sensores para “fazer Matemática” e obter resultados; e (v) praticar a troca de ideias e o confronto de pontos de vista, desenvolvendo a capacidade de argumentação e de exposição de raciocínios.

A conclusões idênticas chegou Carreira (1993) num estudo sobre AMM utilizando a Folha de Cálculo.

(b) A utilização da tecnologia, e em particular da calculadora gráfica e sensores, promoveu e facilitou a aprendizagem dos alunos

Os resultados obtidos no estudo tornam claro que a utilização da calculadora gráfica e dos sensores foi determinante na abordagem e exploração das actividades propostas sobre AMM. Estas tecnologias promoveram e facilitaram a recolha e organização dos dados e a procura de relações funcionais entre eles.

Os alunos usaram as potencialidades dos sensores para obterem dados resultantes de experiências por eles realizadas, bem como usaram os recursos gráficos da calculadora gráfica e tiraram partido das traduções entre tabelas, gráficos e fórmulas para validarem e avaliarem os seus modelos.

(c) O ambiente e as estratégias pedagógicas foram meios facilitadores da aprendizagem dos alunos

Os alunos gostaram das actividades de AMM propostas, consideraram-nas inovadoras em Matemática e reconheceram-nas como importantes/interessantes para a sua aprendizagem. Também geraram nos alunos grande motivação e criaram oportunidades para a aplicação de conhecimentos, despertando novas formas de raciocínio.

A avaliação feita pelos alunos das actividades propostas e da metodologia adoptada nas sessões experimentais permite-nos afirmar que existiu um ambiente pedagógico estimulante e produtivo. A aceitação (quase unânime), por parte dos alunos, da elaboração de um relatório em cada actividade é um exemplo desse ambiente gerado à volta deste projecto, pois, apesar de representarem mais um esforço para os alunos, os relatórios foram vistos como úteis para a clarificação e estruturação de ideias, sistematização de resultados e aprofundamento do trabalho realizado nas aulas.

4.2. Motivação dos alunos

Os resultados encontrados conduzem às seguintes conclusões:

(a) A utilização da tecnologia, em particular da calculadora gráfica e sensores, promoveu e facilitou a autonomia e a motivação dos alunos, bem como a partilha de conhecimentos

O entusiasmo revelado pelos alunos relativamente à integração da calculadora gráfica e sensores no estudo das AMM permitiu uma maior atenção na sala de aula, facilitando a aprendizagem dos alunos na disciplina de Matemática. Também o facto de terem sido os executores das experiências, por iniciativa própria, contribuiu, certamente, para a motivação e autonomia dos alunos, ao permitir a partilha de conhecimentos e ao facilitar o desenvolvimento de aplicações das tecnologias a outras actividades e a outras áreas disciplinares.

Assim, as tecnologias, em particular a calculadora e os sensores, funcionam como elementos desbloqueadores de situações de resistência à aprendizagem da Matemática, criando nos alunos um maior entusiasmo/motivação.

(b) As actividades desenvolvidas em grupo fizeram com que cada elemento do grupo se esforçasse mais, colaborando mais do que o habitual e ajudando na compreensão e no cumprimento das tarefas

O trabalho de grupo estimulou e inspirou os alunos, e a temática AMM foi bem debatida no seio dos grupos aquando da resolução das tarefas propostas, ficando bem compreendida. Verificou-se uma grande colaboração por parte de todos os elementos dos vários grupos, ajudando-se mutuamente e com grande espírito democrático. As opiniões de cada aluno foram discutidas de uma forma construtiva, procurou-se chegar a um maior consenso possível e as decisões tomadas por cada grupo foram de encontro aos consensos gerados.

(c) A auto-construção do conhecimento despertou nos alunos a vontade de saber mais, responsabilizando-os também pela sua aprendizagem e pela dos seus colegas

De actividade para actividade notou-se nos alunos um aumento de motivação e gosto pelo trabalho que estavam a explorar. Nestas aulas, os alunos adoptaram posturas muito positivas e mostraram-se responsáveis e muito colaborativos no seio dos grupos. Mesmo os alunos com mais dificuldades em Matemática e maior desinteresse pela disciplina, nestas sessões foram grandes incentivadores do trabalho desenvolvido pelo grupo, adoptando uma postura responsável e interessada, preocupando-se em saber “como se faz” e “porque se faz”, sendo os primeiros a colaborar nas várias experiências desenvolvidas.

4.3. Utilização dos recursos tecnológicos

Os resultados encontrados conduzem às seguintes conclusões:

(a) Foi fácil aos alunos aprenderem a trabalhar com a calculadora gráfica e com os sensores e o uso destas tecnologias agradou-lhes

Apesar de os alunos terem utilizado neste estudo um modelo de calculadora gráfica diferente da que habitualmente usavam, as dificuldades no seu uso foram muito reduzidas e, a partir de certa altura, deixaram mesmo de existir.

De modo semelhante, relativamente à utilização dos sensores, apesar de serem tecnologias totalmente desconhecidas dos alunos, não foi difícil aprenderem a usarem-nas na realização das experiências propostas. Para tal contribuiu o ter existido no início uma sessão de exploração destas tecnologias de recolha de dados, em que o investigador partilhou com os alunos algumas experiências, nas quais era necessário o uso de sensores acoplados à calculadora gráfica.

Estes aspectos foram reconhecidos pelos alunos nas respostas dadas no questionário final, onde 63% dos alunos referiram que foi fácil aprender a trabalhar com a calculadora gráfica e os sensores e 88% dos alunos utilizaram estas tecnologias com satisfação e agrado.

(b) As tecnologias tornaram as aulas mais interessantes e atractivas, e os alunos preferiram as actividades desenvolvidas com estes recursos

No presente estudo, todos os alunos referiram que as aulas com recurso às novas tecnologias foram mais interessantes e produtivas, sendo uma forma de quebrar a rotina das aulas monótonas de Matemática (método expositivo).

Ainda, segundo os alunos, tratou-se de uma maneira diferente de aprender, onde foram realizadas actividades criativas e o facto de terem sido eles a explorar os problemas apresentados tornou as actividades mais interessantes.

Com a utilização das tecnologias na sala de aula, os alunos começam a aderir mais à Matemática, sendo uma forma de os incentivar e levá-los a ver esta disciplina de uma forma mais interessante.

Em suma: Uma das ideias fundamentais sobre a aprendizagem da Matemática é o envolvimento dos alunos em actividades significativas, tendo oportunidade de vivenciar experiências concretas, recorrendo, por exemplo, a instrumentos tecnológicos como a calculadora gráfica e sensores. Assim, a utilização das tecnologias como recursos de apoio às actividades de AMM, promovem e facilitam a aprendizagem dos alunos nas aulas de Matemática.

Uma segunda ideia, refere-se à auto-construção do conhecimento por parte dos alunos, que passa, essencialmente, pela motivação e pelo gosto/prazer em aprender, pois “dificilmente alguém poderá estudar Matemática com proveito se não tirar algum prazer disso” (Silva, 1991:18).

Uma terceira ideia, tem a ver com a utilização das tecnologias no ensino-aprendizagem da Matemática. O facto de os alunos viverem na era das TIC e serem grandes consumidores das novas tecnologias, faz com que estejam muito familiarizados com o uso destes recursos, sendo por isso, fácil para os alunos aprenderem a utilizar a calculadora gráfica e os sensores.

Assim, urge pensar em mudanças nas aulas de Matemática, principalmente no que diz respeito ao método de ensino utilizado. A facilidade com que estes recursos podem ser manipulados contribui para encorajar uma abordagem experimental e indutiva da Matemática.

Referências

- Carreira, S. (1993): *A aprendizagem da Trigonometria num contexto de aplicações e modelação com recurso à folha de Cálculo*. Coleção Teses. APM, Lisboa.
- Cunha, J. E. (2006): *Aprendizagem colaborativa mediada por ambientes de Geometria Dinâmica: promoção de estratégias e metodologias de investigação-acção com alunos do 8º ano de escolaridade*. Dissertação de Mestrado não publicada. Universidade do Minho, Braga.
- Dantas, J. F. (1996): *Estudo de actividades de construção de modelos matemáticos, no âmbito das funções, recorrendo ao SCA (DERIVE)*. Dissertação de Mestrado não publicada. Universidade do Minho, Braga.
- Furtado, J. F.; Rei, N. (1991): "Um modelo matemático". *Educação e Matemática*, 18, 23-26.
- Matos, J. F. (1995): *Modelação Matemática*. Universidade Aberta, Lisboa.
- Matos, J. F. (1997): "Modelação matemática: o papel das tecnologias de informação". *Educação e Matemática*, 45, 41-43.
- ME (2002): Programa de Matemática A do Ensino Secundário. Ministério da Educação, Lisboa.
- Neto, F. D. M. (1999): "Estruturas em modelagem matemática e computacional". *Boletim da Sociedade Portuguesa de Matemática*, 40, 75-90.
- Paiva, J. (2002): *Uso das Tecnologias de Informação e Comunicação pelos Professores*. Acedido em 10/06/2007, de: <http://nautilus.fis.uc.pt/cec/estudo/>.
- Ponte, J. P. (1992): "A modelação no processo de aprendizagem". *Educação e Matemática*, 23, 15-19.
- Ponte, J. P.; Matos, J. M.; Abrantes, P. (1998): *Investigação em educação matemática. Implicações curriculares. Ciência da Educação*. Instituto Inovação Educativa, Lisboa. ISBN 972-8353-79-0.
- Silva, J. C. (1991). Ensino da Matemática: um problema de hoje e de sempre. *Noesis*. 21, 16-19.
- Silva, J. C. (1992): "As aplicações da Matemática: a vida quotidiana na sala de aula". *Educação e Matemática*, 23, 3-9.
- Silva, J. C.; Pinto, J. A.; Balsa, J. C. (2000): "Modelação Matemática num Ambiente Laboratorial usando Calculadoras Gráficas". *Curso no PROFMAT 2000*, Funchal. Acedido em 20/12/2006, de: http://www.mat.uc.pt/~jaimecs/pessoal/func_model.html.
- Silva, J. S. (1975): *Guia para a utilização do Compêndio de Matemática. Curso Complementar do Ensino Secundário*. Gabinete de Estudos e Planeamento do Ministério da Educação e Investigação Científica, Lisboa. 2.º/3.º vol.
- Swetz, F. (1992): "Quando e como podemos usar modelação?" *Educação e Matemática*, 23, 45-48.
- TI (1997): *Guia da Calculadora Gráfica TI-83*. Texas Instruments, Dallas.
- TI (2003): *Como começar a utilizar o sistema CBL 2™*. Texas Instruments, Dallas.
- TI (2004): *Guia de utilização do CBR: Como começar com o CBR2 Detector de Movimento Sónico*. Texas Instruments, Dallas.
- Topa, P. J. (2003): *Ensino e Aprendizagem em Matemática dos 10 aos 12 anos*. Acedido em 20/02/2006, de: <http://www2.ese.ipv.pt/~cadetevoador1/trabalhos/matemati/matema.htm#Toc45894813>.

- Torres, T. A. M. (2007): *Aplicações e modelação matemática com recurso à calculadora gráfica e sensores: um estudo com alunos do 12.º ano de escolaridade*. Dissertação de Mestrado não publicada. Universidade do Minho, Braga.

Tomé António Mendes Torres. Professor de Matemática da Escola Secundária Carlos Amarante – Braga/Portugal. Licenciatura em Ensino de Matemática, pela Universidade do Minho – Braga/Portugal. Pós-Graduação nas Novas Tecnologias do Ensino da Matemática, pela Universidade de Lusíada – V. N. Famalicão/Portugal. Mestrado em Educação, com Especialização em Tecnologia Educativa, pela Universidade do Minho – Braga/Portugal.

tome.torres@sapo.pt

Clara Maria Gil Fernandes Pereira Coutinho. Professora Auxiliar do Departamento de Currículo e Tecnologia Educativa do Instituto de Educação e Psicologia da Universidade do Minho – Braga/Portugal. Licenciatura em Economia pelo Instituto Superior de Economia da Universidade Técnica de Lisboa - Portugal. Mestrado em Educação na Especialidade de Tecnologia Educativa, pela Universidade do Minho – Braga/Portugal. Doutoramento em Educação na Especialidade de Tecnologia Educativa pela Universidade do Minho – Braga/Portugal.

ccoutinho@iep.uminho.pt

José António da Silva Fernandes. Professor Auxiliar do Departamento de Metodologias da Educação do Instituto de Educação e Psicologia da Universidade do Minho – Braga/Portugal. Licenciatura em Matemática e Desenho, pela Universidade do Minho – Braga/Portugal. Mestrado em Educação, Especialização em Informática no Ensino, pela Universidade do Minho – Braga/Portugal. Doutoramento em Educação, Área de conhecimento de Metodologia do Ensino da Matemática, pela Universidade do Minho – Braga/Portugal.

jfernandes@iep.uminho.pt