

Sistemas educativos

Matemáticas en el Sistema Educativo Colombiano

Gloria García O

ASOCOLME

Asociación Colombiana de Matemática Educativa

Introducción

En Colombia la Ley General de Educación (1994) establece como principios para organizar el currículo flexibilidad y autonomía curricular acorde a las necesidades locales, regionales y nacionales. Los referentes para la organización y adaptación de currículos son los Lineamientos Curriculares (1998) y los Estándares propuestos por el Ministerio de Educación Nacional (MEN, 2001). La Ley organiza el sistema educativo colombiano en los siguientes tres niveles: educación preescolar, educación básica (primaria, secundaria), educación media. La educación preescolar se garantiza con mínimo un grado de escolaridad; la Educación Básica con nueve (9) grados divididos en dos ciclos, básica primaria, con cinco (5) grados, y básica secundaria con cuatro (4) grados, la educación media abarca dos grados.

Lineamientos Curriculares

La formulación de los Lineamientos Curriculares (1998) es el resultado de un proceso de discusión y consenso nacional de grupos de estudio e investigación en educación matemática coordinado por el Ministerio de Educación Nacional.

El documento Lineamientos Curriculares presenta una propuesta para reflexionar sobre: la naturaleza de las matemáticas y sus implicaciones pedagógicas y didácticas; una nueva visión del conocimiento matemático escolar y sobre distintas posibilidades de organizar el currículo y la evaluación.

Como elemento central de reflexión, el documento propone, analizar las respuestas de las siguientes preguntas:

- ¿Qué son las matemáticas?
- ¿En qué consiste la actividad matemática?
- ¿Para qué y cómo se enseñan las matemáticas?
- ¿Qué relación se establece entre las matemáticas y la cultura?
- ¿Cómo se puede organizar el currículo de matemáticas?

- ¿Qué énfasis es necesario hacer?
- ¿Qué principios, estrategias y criterios orientarían la evaluación del desempeño matemático de los alumnos?

Las respuestas se organizan en los siguientes apartados.

Diferentes concepciones acerca de la naturaleza de las matemáticas y sus implicaciones didácticas

En este apartado se describen los aportes de las siguientes corrientes filosóficas de las matemáticas:

Platonismo. Considera las matemáticas como un sistema de verdades que han existido siempre e independientemente del hombre. La tarea del matemático es descubrir esas verdades, ya que en cierto sentido esta sometido a ellas y las tiene que obedecer.

Logicismo. Considera que las matemáticas son una rama de la lógica, con vida propia pero con el mismo origen y método. En esta escuela, las matemáticas son parte de una disciplina universal que rige todas las formas de argumentación. Se describen las dos lógicas, deductiva e inductiva. La primera, busca la coherencia de las ideas entre sí y parte de premisas generales para llegar a conclusiones específicas. La inductiva busca la coherencia de las ideas con el mundo real, parte de observaciones específicas para llegar a conclusiones generales. La cuestión más importante de esta escuela es la reducción de los conceptos matemáticos a los conceptos lógicos.

Formalismo. Reconoce que las matemáticas son una creación de la mente humana, considera que las matemáticas es el resultado de ensamblar símbolos a partir de reglas y convenios preestablecidos para armar axiomas, definiciones y teoremas. La verdad de la matemática radica en la coherencia de las reglas para manipular los símbolos.

Intuicionismo. La matemática es el resultado de la elaborar en la mente las percepciones que se realizan a través de los sentidos y del estudio de las construcciones mentales cuyo origen es la construcción de los números naturales. La construcción de la matemática se realiza con ayuda de la intuición y se parte de lo intuitivamente dado. La verdad es sinónimo de demostrabilidad.

Constructivismo. Al igual que el intuicionismo, esta escuela considera que las matemáticas son una creación de la mente humana, tienen existencia real porque los objetos matemáticos son construidos por procedimientos finitos a partir de objetos primitivos. Se identifica esta corriente con la Pedagogía Activa y con la Psicología Genética en tanto se interesa por las condiciones en la que la mente realiza construcciones de los conceptos matemáticos, por la forma como los organiza en estructuras y por la aplicación que les da.

Cabe señalar que en cada descripción de las escuelas se formulan preguntas orientadoras para analizar las implicaciones didácticas.

Platonismo. ¿Cuántos de nuestros profesores y alumnos pertenecerán, sin proponérselo, y más aún, sin saberlo al Platonismo? ¿Cuál sería, para la corriente del Platonismo, un concepto de pedagogía activa coherente con su posición filosófica?

Formalismo. ¿Qué tanto énfasis formalista hay en la educación matemática en nuestras establecimientos educativos?

Constructivismo. ¿En qué medida el trabajo en clase de matemáticas tiene un enfoque constructivista? ¿Qué implicaciones se derivan de ese enfoque para el desarrollo integral de los estudiantes? ¿Qué tanta compatibilidad o incompatibilidad hay entre las corrientes mencionadas?

Con base en algunas orientaciones sobre procedimientos para la reflexión sobre las preguntas (realización de mesas redondas, reuniones de profesores, lecturas, entre otras acciones) el documento, presenta el apartado titulado “Elementos que inciden en una reconceptualización de la educación matemática”. Entre los elementos que se citan como necesarios para esta reconceptualización se encuentran:

- Los aportes de la filosofía de las matemáticas y de la educación matemática realizados por Miguel de Guzmán y por Paul Ernest. Específicamente se identifica la reconceptualización sobre la naturaleza, justificación y génesis tanto del conocimiento matemático como de los objetos de las matemáticas. Este planteamiento lleva a considerar y a valorar las aplicaciones de éstas en la ciencia y en la tecnología, a considerar que el conocimiento matemático esta conectado con la vida social de los hombres, y con su utilización como argumento de justificación en la toma de decisiones que afectan tanto lo individual como lo colectivo
- Los aportes de algunos conceptos de la didáctica de las matemáticas tales como: la transposición didáctica, el trabajo matemático, el trabajo del alumno y del profesor

Específicamente se reitera sobre la necesidad de “*Una nueva visión del conocimiento matemático en la escuela*” basada en:

- Aceptar que el conocimiento matemático es el resultado de una evolución histórica de un proceso cultural, cuyo estado actual no es la culminación definitiva del conocimiento y cuyos aspectos formales constituyen una faceta de este conocimiento.
- Valorar los procesos constructivos y de interacción social en la enseñanza y en el aprendizaje de las matemáticas.

- Valorar la herramienta potente que es el conocimiento matemático para el desarrollo de habilidades de pensamiento.
- Reconocer los fenómenos de transposición didáctica.
- Reconocer el impacto de las nuevas tecnologías en el currículo de matemáticas
- Privilegiar las situaciones problemáticas. como contexto del hacer matemático escolar

Para la organización del currículo se propone tener en cuenta:

- Procesos generales relacionados con el aprendizaje, como el razonamiento; la resolución y el planteamiento de problemas; la comunicación; la modelación y la elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos.
- Conocimientos básicos relacionados con los procesos específicos que desarrollan el pensamiento matemático y con sistemas propios de las matemáticas.
- El contexto conceptualizado como el ambiente de interacción que rodea el aprendizaje y como el referente que le da sentido a las situaciones problemáticas
- Variables que deben tenerse en cuenta en el diseño y ejecución de experiencias didácticas tales como condiciones sociales y culturales tanto locales como internacionales; tipo de interacciones; intereses y creencias de estudiantes y profesores; condiciones económicas del grupo social en el que se concreta el acto educativo,...

El contexto integra las siguientes dos dimensiones: a) escenario de la situación problemática; b) procesos de interacción entre estudiantes y profesores para lograr el aprendizaje. La propuesta de situaciones problemáticas busca que las aplicaciones y los problemas no se reserven para ser considerados solamente después de que haya ocurrido el aprendizaje, sino que ellas pueden y deban utilizarse como contexto dentro del cual los alumnos descubren o reinventan las matemáticas. Las situaciones problemáticas comprometen desde la afectividad del estudiante, pasando por lograr el acercamiento significativo al aprendizaje de las matemáticas, hasta alcanzar el logro en el desarrollo de procesos de pensamientos matemático en el estudiante.

Especial relevancia cobra el trabajo del profesor, trabajo que es previo, durante y después de la clase. El trabajo previo (conocido como fase preactiva o de preparación) incluye la organización del contenido matemático en el currículo institucional; el cual integra consideraciones y toma de decisiones acerca de: qué enseñar, reflexiones sobre el conocimiento matemático para reinterpretarlo y convertirlo en objeto de enseñanza; conocimiento de los actuaciones cognitivas de los estudiantes, una reflexión acerca del porque y para qué de los contenidos seleccionados, los cuales deben ser acordes a los intereses y necesidades de los estudiantes y a los proyectos educativos institucionales. Con estas reflexiones el profesor diseña un boceto –denominado unidad didáctica– en el que integra los

recursos del aprendizaje, las situaciones problemáticas e hipótesis de aprendizaje que le permitan observar en la clase las actuaciones y las soluciones de los estudiantes. La puesta en acción del boceto, fase de interacción, coloca el análisis en las interacciones entre situaciones problemáticas y estudiante y entre estudiantes y profesor. Especial atención merecen los procesos de evaluación, fase postactiva, que debe acompañar la puesta en escena del boceto. Esta fase es necesaria para revisar y replantear la propuesta.

Los conocimientos básicos se organizan en los siguientes pensamientos.

Pensamiento numérico y sistemas numéricos

Se utilizan los argumentos propuestos por McIntosh para identificar el significado de este pensamiento: *“el pensamiento numérico se refiere a la comprensión general que tiene una persona sobre los números y las operaciones junto con la habilidad y la inclinación a usar juicios matemáticos y para desarrollar estrategias útiles al manejar números y operaciones”* (McIntosh citado en MEN, 1998) En tal sentido se identifica este pensamiento con la inclinación de una persona para usar números y métodos cuantitativos como medios para comunicar, procesar e interpretar información. De esta manera, se distingue del concepto sentido numérico, en tanto incluye sentido operacional, habilidades y destrezas numéricas, comparaciones estimaciones y ordenes de magnitud.

La adquisición de este pensamiento es gradual y evoluciona en la medida en que los estudiantes tienen oportunidades de pensar los números y usarlos en contextos significativos. Su manifestación tiene lugar en situaciones donde los estudiantes utilizan el cálculo, en sus diferentes expresiones, mental, escrito y oral. El uso de algoritmos, su invención o aplicación es importante en tanto permite trabajar sobre aspectos propios del pensamiento numérico como son descomposición, recomposición y comprensión de propiedades numéricas.

Se definen los siguientes tres aspectos básicos del sistema de los números naturales:

- Comprensión de los números y de la numeración
- Comprensión del concepto de las operaciones
- Cálculos con números y aplicaciones de números y operaciones

Las situaciones problemáticas que permiten la comprensión de los números son las relativas a las diferentes interpretaciones del significado de los números, (secuencia verbal, conteo, medida, cardinal, ordinal, código tecla) y de sus diferentes representaciones; de igual modo, las relativas al valor absoluto y relativo de los números.

La Comprensión del sistema de numeración hace referencia a las actividades de contar, agrupar y usar el valor posicional. La comprensión del concepto de

operaciones hace referencia a los diferentes significados de las operaciones en situaciones concretas. Para la adición se proponen los siguientes significados: unión parte-parte-todo; añadir; comparar; sustracción vectorial. Para la sustracción los significados son: quitar, comparar-diferencia; parte-parte-todo; adjunción. Los significados que se proponen para la multiplicación son: factor multiplicante, adición repetida, razón y producto cartesiano. Para la división repartir y sustracción repetida.

Pensamiento espacial y sistemas geométricos

El estudio del pensamiento espacial se argumenta con base en la importancia que Howard Gardner, en su teoría de las inteligencias múltiples, le otorga a la inteligencia espacial como inteligencia esencial en el pensamiento científico. El uso de información espacial para resolver problemas de ubicación, orientación y distribución de espacios es muy propio de las personas que han desarrollado la inteligencia espacial. Esta inteligencia es parte esencial en profesiones científicas y técnicas como: ingenierías, aviación, y disciplinas científicas como la física, química y la misma matemática.

Se retoma la propuesta de la Renovación Curricular (1987) de la geometría activa para estudiar los sistemas geométricos como herramientas de exploración y representación del espacio. Los sistemas geométricos se construyen a través de la exploración activa y modelación del espacio tanto para los objetos en reposo como para el movimiento. Con el estudio de estos sistemas se logra el desarrollo del pensamiento espacial, el cual es considerado como el conjunto de los procesos cognitivos mediante los cuales se construyen y se manipulan las representaciones mentales de los objetos del espacio, las relaciones entre ellos, sus transformaciones, y sus diversas traducciones a representaciones materiales. El proceso de construcción del espacio está influenciado tanto por las características cognitivas individuales como también por el entorno físico, cultural, histórico y social.

Como conceptos y procedimientos importantes del pensamiento espacial se proponen:

- Estudiar los cuerpos, superficies y líneas. Colocar especial énfasis en la diferenciación entre cuerpos y superficies y entre superficies planas y curvas, entre línea recta y curva, entre línea como frontera de una superficie y línea como segmento y el concepto de punto. De igual manera se propone conceptualizar y diferenciar ángulo de giro, amplitud y apertura del ángulo
- Explorar activamente el espacio tridimensional en la realidad externa y representación de objetos sólidos ubicados en el espacio; representaciones planas de las formas y representaciones tridimensionales.
- Estudiar los sistemas y transformaciones de figuras, incluyendo el estudio de desplazamientos, rotaciones, traslaciones y reflexiones.

Para tutorizar el desarrollo del pensamiento geométrico se propone el modelo de Van Hiele, sin embargo, se hace un llamado para analizar con detenida atención

los niveles propuestos en este modelo por cuanto están más orientados a evaluar etapas de desarrollo de pensamiento geométrico relacionado con la geometría euclidiana.

Pensamiento métrico y sistemas de medida

Se llama la atención para explorar desde el inicio de la escolaridad en los estudiantes los principios en que se apoya tanto la conceptualización de la medición y de la magnitud objeto de la medición como la comprensión de los procesos de medición.

En relación a los procesos de medición se sugiere iniciar con comparaciones y estimaciones cualitativas para seguir con clasificaciones relacionadas con imágenes espaciales, es decir, con modelos geométricos. Luego se sugiere seguir con actividades de metrización para llegar a cuantificar numéricamente las dimensiones o magnitudes de objetos. Los procesos y conceptos que acompañan los sistemas métricos son:

- Construcción del concepto de magnitud
- Comprensión de los procesos de conservación de magnitudes
- Estimación de magnitudes y los aspectos de capturar lo continuo con lo discreto.
- Apreciación del rango de magnitudes
- Selección de unidades de medida, de patrones e instrumentos
- Diferencia entre la unidad y el patrón de medición
- Asignación numérica
- Papel del trasfondo social de la medición.

En seguida se sintetizan cada uno de los procesos mencionados

Construcción de la magnitud

La abstracción en el fenómeno u objeto de la magnitud concreta o cantidad susceptible de medición se constituye en el primer proceso para la construcción de la magnitud; se sugiere incluir en este proceso la comparación cualitativa, más qué, menos qué, es decir, trabajar con procesos relacionales, (ser más grande que, ser el anterior de,...) unidireccionales, sus inversos y las coordinaciones respectivas.

Desarrollo del proceso de conservación

La aceptación de lo que permanece invariante a pesar de las alteraciones de tiempo y espacio es un proceso imprescindible en la consolidación de los conceptos de longitud, área, volumen, peso, tiempo, etc. Se proponen ejemplos de proceso de conservación de magnitudes como: longitud, test clásico de conservación de longitudes de Piaget; masa, transformación de una varita de plastilina en barra y

volumen, transvasamiento de cantidad de líquido de un recipiente a otro más alto.

Estimación de magnitudes

Este proceso se relaciona con el proceso de capturar lo continuo en lo discreto y con los conceptos de medida y conteo. Se propone partir de magnitudes de naturaleza continuas para iniciar una estimación de sus medidas.

Para el área de las superficies se sugiere “cuadricular” la representación de las áreas y con la unidad patrón baldosa y el número de ellas medir el área de la superficie. Con este proceso se genera la noción de recubrimiento por repetición de una unidad, como proceso previo al proceso de medición del área. Se sugiere realizar otras actividades para captar la naturaleza continua y aproximativa de la medida puesto que el proceso descrito promueve el carácter discreto y exacto de la medida.

Apreciación del rango de las magnitudes

Este proceso se complementa con la selección de unidades. Para iniciar este proceso se propone hacer estimaciones percentuales del rango en que se halla una magnitud concreta, por ejemplo la altura de una puerta utilizando unidades de medida ideosincrática. A partir de estas experiencias se construyen las situaciones relativas al rango de magnitudes.

Selección de unidades

Se anota que, en un proceso de medición, algunas veces no es necesario seleccionar unidades de medida, porque según la situación el proceso de medición termina con la ubicación de la cantidad respectiva en un rango de magnitudes y en la afirmación o negación de una comparación con la instancia conocida de la misma magnitud no necesariamente con la unidad.

En los casos que se requiera la selección de la unidad es necesario seleccionarla en el rango ya determinado y tiene que poder utilizarse con un sistema numérico previamente construido. Es importante distinguir entre el patrón de medida y la unidad. El patrón debe tener, en lo posible, una unidad de área, su característica es que es concreto, y requiere ser estandarizado. Mientras que la unidad no tiene que estar ligada a un patrón determinado, deben proponerse diferentes situaciones para que los estudiantes adquieran conciencia del tamaño de las unidades. Uno de los aspectos más importantes en la conceptualización de la unidad, es saber que diferentes procesos de medición pueden llevar a asignar válidamente números distintos a las misma magnitud concreta del mismo objeto concreto. En cada proceso de medida se debe sensibilizar a los estudiantes para decidir sobre el grado de precisión que se requiere y por consiguiente, sobre lo pequeña que debe ser la unidad de medida y el refinamiento del instrumento de medida.

El pensamiento aleatorio y los sistemas de datos

La teoría de la probabilidad y sus aplicaciones a los fenómenos aleatorios han construido el andamiaje matemático que de alguna manera logra dominar y manejar acertadamente la incertidumbre. Fenómenos que en un comienzo parecen caóticos, regidos por el azar, son ordenados por la estadística mediante leyes aleatorias de una manera semejante a como actúan las leyes determinísticas sobre otros fenómenos de las ciencias. Se propone seguir la sugerencia de Shanghnessy (1985)) para desarrollar este pensamiento mediante contenidos de la probabilidad y la estadística. Para ello es necesario construir modelos de fenómenos físicos y desarrollos de estrategias de simulación de experimentos y conteo.

La búsqueda de respuestas a preguntas que sobre el mundo físico se hacen los niños es una actividad llena de sentido si se hace a través de la recolección y análisis de datos. Decidir sobre la pertinencia de la información necesaria, la forma de recogerla, de representarla y de interpretarla para obtener respuestas lleva a nuevas hipótesis y exploraciones enriquecidas. Es también importante utilizar distintas fuentes para la recolección, consultas, entrevistas, observaciones, así como las evaluaciones sobre veracidad de los datos, distorsiones, sesgos, lagunas omisiones, y evaluación de la actitud ética de quien recoge los datos y su responsabilidad social.

Es también importante analizar y reflexionar sobre la naturaleza de los datos, analizar su mínima estructura, el formato y seguramente el orden, es decir ampliar la comprensión hacia los sistemas de datos.

Las situaciones relativas al pensamiento inductivo se pueden trabajar sobre un conjunto de datos para proponer diferentes inferencias y analizar las posibilidades de ser ciertas. En este sentido el trabajo con problemas abiertos, con cierta carga de indeterminación ayuda para encontrar diferentes interpretaciones y tomar decisiones.

Una cuestión importante con el estudio de este pensamiento es el crear la necesidad de un mayor uso del pensamiento inductivo, y controvertir el énfasis en la búsqueda de respuesta correcta y única.

Se describe el modelo de Heinz Steinbrig basado en un análisis epistemológico de la naturaleza de la probabilidad el cual considera los siguientes tres niveles: a) estructura del contenido de la probabilidad y de la estadística: conceptos, métodos y diagramas; b) planificación, organización, guía e implementación del proceso de enseñanza por el docente; c) Contexto de aprendizaje de los estudiantes: significados de la representación, actividad y tareas. El autor señala que la relación entre los dos primeros niveles trata de responder a las siguientes preguntas: ¿Cómo es posible introducir los conceptos de aleatoriedad y de indeterminación y utilizarlos con ayuda de conceptos matemáticos de naturaleza determinante? ¿Cómo pueden hacerse predicciones relativas a situaciones inciertas y aleatorias bajo la forma de

proposiciones matemáticas y cuál es el carácter específico de estas predicciones?

Se propone para los cursos de la Educación básica las representaciones gráficas como las circulares, histogramas, diagramas de árbol como representaciones que captan la aleatoriedad y la incertidumbre tanto en la forma cualitativa como cuantitativa y desde las cuales los estudiantes pueden tomar decisiones sin recurrir al cálculo.

Pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos

Este pensamiento se propone para analizar, organizar y modelar matemáticamente situaciones y problemas tanto de la actividad práctica del hombre, como de las ciencias y las propiamente matemáticas donde la variación se encuentra como sustrato de ellas.

En esta forma se amplía la visión de variación por cuanto su estudio se inicia en el intento de cuantificar la variación por medio de las cantidades y las magnitudes.

Desde de un breve resumen histórico sobre la evolución histórica de la variación se describen algunos de los conceptos, procedimientos y métodos que involucra la variación y sus relaciones en formato de núcleos conceptuales:

- Continuo numérico, reales, en su interior procesos infinitos, su tendencia y aproximaciones sucesivas, divisibilidad.
- La función como dependencia y modelos de función
- Las magnitudes
- El álgebra en su sentido simbólico, particularmente el significado de variable
- Modelos matemáticos de tipos de variación: aditiva, multiplicativa, variación para medir el cambio absoluto y para medir el cambio relativo.

En los contextos de la vida práctica y en los científicos la variación se encuentra en contextos de dependencia entre variables o entre contextos donde una misma cantidad varía.

Atendiendo a que las estructuras conceptuales se desarrollan en largos periodos de tiempo y mediadas por diversos sistemas de representación, verbales, tabulares, gráficas de tipo cartesiano, representaciones pictóricas e icónicas.

Se propone iniciar tempranamente el estudio de la variación a partir de situaciones problemáticas cuyos escenarios sean los referidos a fenómenos de cambio y variación en la vida práctica. La organización de la variación en tablas, puede iniciar en los estudiantes su estudio, los procesos aritméticos ayudan también a iniciar el estudio de la variable. La aproximación numérica y la estimación deben ser argumentos que permitan la solución de estas actividades.

Adicionalmente la tabla se constituye en una representación para iniciar el estudio de la función, también puede ayudar al estudio de la variación numérica discreta. Así mismo, las situaciones problemáticas deben seleccionarse para enfrentar a los estudiantes con la construcción de expresiones algebraicas o con la construcción de formulas, estas emergen expresiones que explican un patrón de variación; estas actividades ayudan a los estudiantes a comprender la sintaxis de las expresiones algebraicas. La tabla es también una herramienta necesaria en el estudio de la variable.

Otra herramienta necesaria para iniciar el estudio de la variación desde la primaria es el estudio de los patrones. Las actividades relativas a los patrones incluyen representaciones pictóricas e icónicas, escenarios geométricos y numéricos.

Por su parte, las gráficas cartesianas también pueden ser introducidas tempranamente en el currículo; ellas hacen posible el estudio del comportamiento cualitativo de la variación. Los contextos de variación proporcional integran el estudio y comprensión de variables intensivas con dimensión, así como ayudan al estudiante en la comprensión del razonamiento multiplicativo. También la gráfica brinda la oportunidad de estudiar los aspectos relativos a la dependencia entre variables, gestando la noción de función como dependencia.

Los contextos donde aparece la función establecen relaciones funcionales entre mundos que cambian, de esta manera emerge la función como herramienta necesaria para enlazar patrones de variación entre variables y para predecir y controlar el cambio.

Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas

El Ministerio de Educación Nacional en la política de aumentar la cobertura y los esfuerzos para el mejoramiento de la calidad de la educación define los Estándares de Calidad (2001) los cuales son propuestos en conjunto con la comunidad de educadores matemáticos. Los estándares son acompañados de un breve marco conceptual que amplía profundiza aspectos de cada uno de los pensamientos propuestos en los lineamientos Curriculares. Especial atención merece la noción de competencia matemática, en tanto como lo señala el documento, los Lineamientos Curriculares presentan intuitivamente la noción de competencia puesto que colocan el énfasis en una consideración pragmática e instrumental del conocimiento matemático. La competencia es establecida en la relación entre dos facetas del conocimiento matemático: práctico y formal y el conocimiento conceptual y procedimental.

La complejidad conceptual y la gradualidad del aprendizaje de las matemáticas esta relacionada con la coherencia tanto vertical como horizontal. La primera esta dada por la relación de un estándar con los demás estándares del mismo

pensamiento en los otros conjuntos de grados. La segunda esta dada por la relación que tiene un estándar determinado con los estándares de los demás pensamientos dentro del mismo conjunto de grados.

Estándares básicos de competencias en Matemáticas

Primero a Tercero

Pensamiento numérico y sistemas numéricos	Pensamiento espacial y sistemas geométricos
<ul style="list-style-type: none"> - Reconozco significados del numero en diferentes contextos (medición, conteo, comparación, codificación, localización entre otros) - Describo comparo y cuantifico, situaciones con números en diferentes contextos y con diversas representaciones. - Describo situaciones que requieren el uso de medidas relativas. - Describo situaciones de medición utilizando fracciones comunes. - Uso representaciones –principalmente concretas y pictóricas– para explicar el valor de posición en el sistema de numeración decimal. - Uso representaciones –principalmente concretas y pictóricas– para realizar equivalencias de un numero en las diferentes unidades del sistema decimal. - Reconozco propiedades de los números (ser par, ser impar, etc.) y relaciones entre ellos (ser mayor que, ser menor que, ser múltiplo de, ser divisible por, etc.) en diferentes contextos. - Resuelvo y formulo problemas en situaciones aditivas de composición y de transformación. - Resuelvo y formulo problemas en situaciones de variación proporcional. - Uso diversas estrategias de calculo (especial-mente calculo mental) y de estimación para resolver problemas en situaciones aditivas y multiplicativas. - Identifico si a la luz de lo datos de un problema, los resultados obtenidos son o no razonables. - Identifico regularidad y propiedades de los números utilizando diferentes instrumentos de calculo (calculadoras, ábacos, bloques múltiples, etc.) 	<ul style="list-style-type: none"> - Diferencio atributos y propiedades de objetos tridimensionales. - Dibujo y describo cuerpos o figuras tridimensionales en distintas posiciones y tamaños - Reconozco nociones de horizontalidad, verticalidad, paralelismo y perpendicularidad e distintos contextos y su condición relativa con respecto a diferentes sistemas de referencia. - Represento el espacio circundante para establecer relaciones espaciales. - Reconozco y aplico traslaciones y giros sobre una figura. - Reconozco y valoro simetrías en distintos aspectos del arte y el diseño. - Reconozco congruencias y semejanzas entre figuras (ampliar, reducir) - Realizo construcciones y diseños utilizando cuerpos y figuras geométricas bidimensionales. - Desarrollo habilidades para relacionar dirección, distancia y posición en el espacio.

<p>Pensamiento métrico y sistema de medidas</p>	<p>Pensamiento aleatorio y sistema de datos</p>	<p>Pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos</p>
<ul style="list-style-type: none"> - Reconozco en los objetos propiedades o atributos que se puedan medir (longitud, área, volumen, capacidad, peso y masa) y, en los eventos, su duración. - Comparo y ordeno objetos respecto a atributos medibles. - Realizo y describo procesos de medición con patrones arbitrarios y algunos estandarizados, de acuerdo al contexto. - Analizo y explico sobre la pertinencia de patrones e instrumentos en procesos de medición. - Realizo estimaciones de medidas requeridas en la resolución de problemas relativos particularmente a la vida social, económica y de las ciencias. - Reconozco el uso de las magnitudes y sus unidades de medida en situaciones aditivas y multiplicativas 	<ul style="list-style-type: none"> - Clasifico y organizo datos de acuerdo a cualidades y atributos los presento en tablas. - Interpreto cualitativamente datos referidos a situaciones del entorno. - Describo situaciones o eventos a partir de un conjunto de datos. - Represento datos relativos a mi entorno usando objetos concretos pictogramas y diagramas de barras. - Identifico regularidad y tendencias en un conjunto de datos. - Explico –desde mi experiencia– la posibilidad o imposibilidad de ocurrencia de eventos cotidianos. - Predigo si la posibilidad de ocurrencia de un evento es mayor que la del otro. - Resuelvo y formulo preguntas que requieran para su solución coleccionar y analizar datos del entorno próximo. 	<ul style="list-style-type: none"> - Reconozco y describo regularidades y patrones en distintos contextos (numéricos, geométricos, musical, entre otros) - Describo cualitativamente situaciones de cambio y variación utilizando el lenguaje natural, dibujos y graficas. - Reconozco y genero equivalencias entre expresiones numéricas y describo como cambian los símbolos aunque el valor siga igual. - Construyo secuencias numéricas y geométricas utilizando propiedades de los números y de las figuras geométricas.

Estándares básicos de competencias en Matemáticas

Cuarto a Quinto

Pensamiento numérico y sistemas numéricos	Pensamiento espacial y sistemas geométricos
<ul style="list-style-type: none"> - Interpreto las fracciones en diferentes contextos: situaciones de medición, relaciones parte todo, conciente, razones y proporciones. - Identifico y uso medidas relativas en distintos contextos. - Utiliza la notación decimal para expresar fracciones en diferentes contextos y relaciono estas dos notaciones con la de los porcentajes. - Justifico el valor de posición en el sistema de numeración decimal en relación con el conteo recurrente de unidades. - Resuelvo y formulo problemas en situaciones aditivas de composición, transformación, comparación e igualación. - Resuelvo y formulo problemas en situaciones de proporcionalidad directa, inversa y producto de medidas. - Identifico la potenciación y la radicación en contextos matemáticos y no matemáticos. - Modelo situaciones de dependencias mediante la proporcionalidad directa e inversa. - Uso diversas estrategias de cálculo y de estimación para resolver problemas en situaciones aditivas y multiplicativas. - Identifico, en el contexto de una situación la necesidad de un cálculo exacto o aproximado y lo razonable de los resultados obtenidos. - Justifico regularidades y propiedades de los números, sus relaciones y operaciones 	<ul style="list-style-type: none"> - Comparo y clasifico objetos tridimensionales de acuerdo con componentes (caras, lados) y propiedades. - Comparo y clasifico figuras bidimensionales de acuerdo con sus componentes (ángulos, vértices) y características. - Identifico, represento y utilizo ángulos en giros, aberturas inclinaciones, figuras, puntas y esquinas en situaciones estéticas y dinámicas. - Utilizo sistemas de coordenadas para especificar localizaciones y describir relaciones espaciales. - Identifico y justifico relaciones de congruencia y semejanza entre figuras. - Construyo y descompongo figuras y sólidos a partir de condiciones dadas. - Conjeturo y verifico los resultados de aplicar transformaciones a figuras en el plano para construir diseños. - Construyo objetos tridimensionales a partir de representaciones bidimensionales y puedo realizar el proceso contrario en contextos de arte, diseño y arquitectura.

Pensamiento métrico y sistema de medidas	Pensamiento aleatorio y sistema de datos	Pensamiento variacional y sistemas algebraico y analítico
<ul style="list-style-type: none"> - Diferencio y ordeno en objetos y eventos, propiedades o atributos que se puedan medir (longitudes, distancias, áreas superficiales, volúmenes de cuerpo sólidos, volúmenes de líquidos y capacidades de recipientes; peso y masa de cuerpos sólidos; duración de eventos o procesos; amplitud de ángulos). - Selecciono unidades, convencionales y estandarizadas, apropiadas para diferentes mediciones. - Utilizo y justifico el uso de la estimación para resolver problemas relativos a la vida social, económica y de las ciencias, utilizando rangos de variación. - Utilizo diferentes procedimientos de cálculo para hallar el área de la superficie exterior y el volumen de algunos cuerpos sólidos. - Reconozco el uso de algunas magnitudes (longitudes, área, volumen, capacidad, peso y masa, duración, rapidez, temperatura) y de algunas de las unidades que se usan para medir cantidades de la magnitud respectiva en situaciones aditivas y multiplicativas. - Describo y argumento relaciones entre el perímetro y el área de figuras diferentes, cuando se fija una de estas medidas. 	<ul style="list-style-type: none"> - Represento datos usando tablas y graficas (pictogramas, graficas de barras, diagramas de líneas, diagramas circulares). - Comparo diferentes representaciones del mismo conjunto de datos. - Interpreto información presentada en tablas y graficas. (pictogramas, graficas de barras, diagramas de líneas, diagramas circulares). - Conjeturo y pongo a prueba predicciones acerca de la posibilidad de ocurrencia de eventos. - Describo la Manero como parecen distribuirse los distintos datos de un conjunto de ello y la comparo con la manera como se distribuyen en otros conjuntos de datos. - Resuelvo y formulo problemas a partir de un conjunto de datos provenientes de observaciones, consultas o experimentos. 	<ul style="list-style-type: none"> - Describo e interpreto variaciones representadas en graficas. - Predigo patrones de variación en una secuencia numérica, geométrica o grafica. - Represento y relaciono patrones numéricos con tablas y reglas verbales. - Analizo y explico relaciones de dependencia entre cantidades que varían en el tiempo con cierta regularidad en situaciones económicas sociales y de las ciencias naturales. - Construyo igualdades y desigualdades numéricas como representación de relaciones entre distintos datos.

Estándares básicos de competencias en Matemáticas

Sexto a Séptimo

Pensamiento numérico y sistemas numéricos	Pensamiento espacial y sistemas geométricos
<ul style="list-style-type: none"> - Resuelvo y formulo problemas en contextos de medidas relativas y de variaciones en las mediadas. - Utilizo números racionales, en sus distintas expresiones (fracciones, razones, decimales o porcentajes) para resolver problemas en contextos de medida. - Justifico la extensión de la representación poli nominal decimal usual de lo números naturales a la representación decimal usual de los números racionales, utilizando las propiedades del sistema de numeración decimal. - Reconozco y generalizo propiedades de las relaciones entre números racionales (simetría, transitiva, etc.) y de las operaciones entre ellos (conmutativa, asociativa, etc.) en diferentes contextos. - Resuelvo y formulo problemas utilizando propiedades básicas de la teoría de números, como las de igualdad, las de las distintas formas de la desigualdad y las de la adición, sustracción, multiplicación, división y potenciación - Justifico procedimientos aritméticos utilizando aditivas y multiplicativas, en diferentes contextos y dominios numéricos. - Formulo y resuelvo problemas en situaciones aditivas y multiplicativas, en diferentes contextos y dominios numéricos. - Resuelvo y formulo problemas cuya solución requiere de la potenciación o radicación. - Justifico el uso de representaciones y procedimientos en situaciones de proporcionalidad directa e indirecta. - Justifico la pertinencia de un cálculo exacto o aproximado en la solución de un problema y lo razonable o no de las respuestas obtenidas. - Establezco conjeturas sobre propiedades y relaciones de los números, utilizando calculadoras o computadores. - Justifico la elección de métodos e instrumentos de cálculo en la resolución de problemas. - Reconozco argumentos combinatorios como herramienta para interpretación de situaciones diversas de conteo. 	<ul style="list-style-type: none"> - Represento objetos tridimensionales desde diferentes posiciones y vistas. - Identifico y describo figuras y cuerpos generados por cortes rectos transversal de objetos tridimensionales. - Clasifico polígonos en relación con sus propiedades - Predigo y comparo los resultados de aplicar transformaciones rígidas (translación, rotación, reflexiones) y homotecias (ampliación y reducción) sobre figuras bidimensionales en situaciones matemáticas y en el arte. - Resuelvo y formulo problemas que involucren relaciones y propiedades de semejanza y congruencia usando representaciones visuales. - Resuelvo y formulo problemas usando modelos geométricos. - Identifico características de localización de objetos en sistemas de representación cartesiana y geográfica.

Pensamiento métrico y sistema de medidas	Pensamiento aleatorio y sistema de datos	Pensamiento variacional y sistemas algebraico y analítico
<ul style="list-style-type: none"> - Utilizo técnicas y herramientas para la construcción de figuras planas y cuerpos con medidas dadas. - Resuelvo y formulo problemas que involucren factores escalares (diseño de maquetas, mapas). - Calculo áreas y volúmenes a través de composición y descomposición de figuras y cuerpos. - Identifico relaciones entre distintas unidades utilizadas para medir cantidades de la misma magnitud. - Resuelvo y formulo problemas que requieren técnicas de estimación. 	<ul style="list-style-type: none"> - Comparo e interpreto datos provenientes de diversas fuentes (prensa, revistas, televisión, experimentos, consultas, entrevistas). - Reconozco la relación entre un conjunto de datos y su representación. - Interpreto, produzco y comparo representaciones graficas adecuadas para presentar diversos tipos de datos (diagramas de barras, diagramas circulares). - Uso medidas de tendencia central (media, mediana, moda) para interpretar comportamiento de un conjunto de datos. - Uso modelos (diagramas de árbol, por ejemplo) para discutir y predecir posibilidad de ocurrencia de un evento. - Conjetura acerca del resultado de un experimento aleatorio usando proporcionalidad y nociones básicas de probabilidad. - Resuelvo y formulo problemas a partir de un conjunto de datos presentados en tablas, diagramas de barras, diagramas circulares. - Predigo y justifico razonamiento y conclusiones usando información estadística. 	<ul style="list-style-type: none"> - Describo y represento situaciones de variación relacionando diferentes representaciones (diagramas, expresiones verbales generalizadas y tablas). - Reconozco el conjunto de valores de cada una de las cantidades variables ligadas entre si en situaciones concretas de cambio (variación). - Analizo las propiedades de correlación positiva y negativa entre variables, de variación lineal o de proporcionalidad directa y de proporcionalidad inversa en contextos aritméticos geométricos. - Utilizo métodos informales (ensayo y error, complementación) en la solución de ecuaciones. - Identifico las características de las diversas graficas cartesianas (de puntos, continuas, formadas por segmentos, etc.) en relación con la situación que representa.

Estándares básicos de competencias en Matemáticas

Octavo y Noveno

Pensamiento numérico y sistemas numéricos	Pensamiento espacial y sistemas geométricos
<ul style="list-style-type: none">- Utilizo números reales en sus diferentes representaciones y en diversos contextos.- Resuelvo problemas y simplifico cálculos usando propiedades y relaciones de los números reales y de las relaciones y operaciones entre ellos.- Utilizo la notación científica para representar medidas de cantidades de diferentes magnitudes.- Identifico y utilizo la potenciación, la radicación y la logaritmicación para representar situaciones matemáticas y no matemáticas y para resolver problemas.	<ul style="list-style-type: none">- Conjeturo y verifico propiedades de congruencias y semejanzas entre figuras bidimensionales y entre objetos tridimensionales en la solución de problemas.- Reconozco y contrasto propiedades y relaciones geométricas utilizadas en demostración de teoremas básicos (Pitágoras y Thales)- Aplico y justifico criterios de congruencias y semejanzas entre triángulos en la resolución y formulación de problemas.- Uso representaciones Geométricas para resolver y formular problemas en las matemáticas y en otras disciplinas

Pensamiento métrico y sistema de medidas	Pensamiento aleatorio y sistema de datos	Pensamiento variacional y sistemas algebraico y analítico
<ul style="list-style-type: none"> - Generalizo procedimiento de cálculo válidos para encontrar el área de regiones planas y el volumen de sólidos. - Selecciono y uso técnicas e instrumentos para medir longitudes, áreas de superficie, volúmenes y ángulos con niveles de precisión apropiados. - Justifico la pertinencia de utilizar unidades de medida estandarizadas en situaciones tomadas de distintas ciencias 	<ul style="list-style-type: none"> - Reconozco que diferentes maneras de presentación de información pueden originar distintas interpretaciones. - Interpreto analítica y críticamente información estadística proveniente de diversas fuentes (prensa, revistas, televisión, experimentos, consultas, entrevistas). - Interpreto y utilizo conceptos de media, mediana y moda y explico sus diferencias en distribuciones de distinta dispersión y asimetría. - Selecciono y uso algunos métodos estadísticos adecuados al tipo de problema, de información y al nivel de la escala en la que esta se representa (nominal, ordinal de intervalo o de razón). - Comparo resultados de experimentos aleatorios con los resultados previstos por un modelo matemático probabilístico. - Resuelvo y formulo problemas seleccionando información relevante en conjuntos de datos provenientes de fuentes diversas (prensa, revistas, televisión, experimentos, consultas, entrevistas). - Reconozco tendencias que se presentan en conjuntos de variables relacionadas. - Calculo probabilidad de eventos simples usando métodos diversos (listados, diagramas de árbol, técnicas de conteo). - Uso conceptos básicos de probabilidad (espacio muestral, evento, independencia etc.). 	<ul style="list-style-type: none"> - Identifico relaciones entre propiedades de las gráficas y propiedades de las ecuaciones algebraicas. - Construyo expresiones algebraicas equivalentes a una expresión algebraica dada. - Uso procesos inductivos y lenguaje algebraico para formular y poner a prueba conjeturas. - Modelo de situaciones de variación con funciones polinómicas. - Identifico diferentes métodos para solucionar sistemas de ecuaciones lineales. - Analizo los procesos infinitos que subyacen en las notaciones decimales. - Identifico y utilizo diferentes maneras de definir y medir la pendiente de una curva que representa en el plano cartesiano situaciones de variación. - Identifico la relación entre los cambios en los parámetros de la representación algebraica de una familia de funciones y los cambios en las graficas que las representan. - Analizo en representaciones graficas cartesianas los comportamientos de cambio de funciones específicas pertenecientes a familias de funciones polinómicas racionales exponenciales y logarítmicas.

Estándares básicos de competencias en Matemáticas

Décimo a Undécimo

Pensamiento numérico y sistemas numéricos	Pensamiento espacial y sistemas geométricos
<ul style="list-style-type: none">- Analizo representaciones decimales de los números reales para diferenciar entre relacionales e irracionales.- Reconozco la densidad e incompletitud de los números racionales a través de métodos numéricos, geométricos y algebraicos.- Comparo y contrasto las propiedades de los números (naturales, enteros, racionales y reales) y las de sus relaciones y operaciones para construir, manejar y utilizar apropiadamente los distintos sistemas numéricos.- Utilizo argumentos de la teoría de números para justificar relaciones que involucran números naturales.- Establezco relaciones y diferencias entre diferentes notaciones de números reales para decidir sobre su uso en una situación dada.	<ul style="list-style-type: none">- Identifico en forma visual, grafica y algebraica algunas propiedades de las curvas que se observan en los bordes obtenidos por cortes longitudinales, diagonales y transversales en un cilindro y en un cono.- Identifico características de localización de objetos geométricos en sistemas de representación cartesiana y otros (polares, cilíndricos y esféricos) y en particular de las curvas y figuras cónicas.- Resuelvo problemas en los que se usen las propiedades geométricas de figuras cónicas por medio de transformaciones de las representaciones algebraicas de esas figuras.- Uso argumentos geométricos para resolver y formular problemas en contextos matemáticos y en otras ciencias.- Describo y modelo fenómenos periódicos del mundo real usando relaciones y funciones trigonométricas.- Reconozco y describo curvas y o lugares geométricos.

Pensamiento métrico y sistema de medidas	Pensamiento aleatorio y sistema de datos	Pensamiento variacional y sistemas algebraico y analítico
<ul style="list-style-type: none"> - Diseño estrategias para abordar situaciones de medición que requieran grados de precisión específicos. - Resuelvo y formulo problemas que involucren magnitudes cuyos valores medios se suelen definir indirectamente como razones entre valores de otras magnitudes, como la velocidad media la aceleración media, y la densidad media. - Justifico resultados obtenidos mediante procesos de aproximación sucesiva, rangos de variación y límites en situaciones de medición. 	<ul style="list-style-type: none"> - Interpreto y comparo resultados de estudios con información estadística provenientes de medios de comunicación. - Justifico o refuto inferencias basadas en razonamientos estadísticos a partir de resultados de estudios publicados en los medios o diseñados en el ámbito escolar. - Diseño experimentos aleatorios (de las ciencias físicas, naturales o sociales) para estudiar un problema o pregunta. - Describo tendencias que se observan en conjuntos de variables relacionadas. - Interpreto nociones básicas relacionadas con el manejo de información como población, muestra, variable aleatorio, distribución de frecuencias, parámetros estadígrafos. - Uso comprensivamente algunas medidas de centralización, localización, dispersión y correlación (percentiles, cuartiles, centralidad, distancia, rango, varianza, covarianza, y normalidad). - Interpreto conceptos de probabilidad condicional e independencia de eventos - Resuelvo y planteo problemas usando conceptos básicos de conteo y probabilidad (combinaciones, permutaciones, espacio muestral muestreo aleatorio, muestreo con reemplazo) - Propongo inferencias a partir del estudio de muestras probabilísticas. 	<ul style="list-style-type: none"> - Utilizo las técnicas de aproximación en procesos infinitos numéricos. - Interpreto la noción de derivada como razón de cambio y como valor de la pendiente de la tangente o de una curva y desarrollo métodos para hallar las derivadas de algunas funciones básicas en contextos matemáticos y no matemáticos. - Analizo las relaciones y propiedades entre las expresiones algebraicas y las graficas de funciones polinómicas y racionales y de sus derivadas. - Modelo situaciones de variación periódica con funciones trigonométricas e interpreto y utilizo sus derivadas.