



Unidad didáctica sobre lugares geométricos y figuras planas

José L. Hernández Quintanilla

Introducción

En esta unidad didáctica se presenta una colección de actividades realizadas con el programa Cabri II Plus. El diseño de algunas actividades es interactivo para que, con la modificación de la figura, se puedan obtener los resultados requeridos.

Podemos conseguir con estas actividades que el alumno/a sea capaz de manejar el concepto de lugar geométrico y calcular áreas de algunas figuras planas.

Está dirigida al alumnado de 3º de Educación Secundaria Obligatoria.

Objetivos

- Determinar distintos lugares geométricos.
- Identificar los puntos y rectas notables de un triángulo.
- Aplicar el teorema de Pitágoras en distintos contextos.
- Calcular el área de paralelogramos y triángulos.
- Hallar el área de polígonos regulares.
- Hallar el área del círculo.
- Resolver problemas reales que impliquen el cálculo de áreas de figuras planas.

Contenidos

Conceptos

- Lugares geométricos.
- Puntos y rectas notables de un triángulo.
- Teorema de Pitágoras. Aplicaciones.
- Área de polígonos y algunas figuras circulares.



Procedimientos

- Identificación de los puntos y rectas notables de un triángulo.
- Utilización del teorema de Pitágoras en la resolución de problemas geométricos y de la vida cotidiana.
- Obtención del área de paralelogramos, triángulos y polígonos regulares.
- Cálculo del área del círculo.
- Resolución de problemas que impliquen el cálculo del área de figuras planas, descomponiéndolas en figuras de áreas conocidas.

Actitudes

- Valoración del razonamiento deductivo en Geometría.
- Interés y gusto por la descripción verbal precisa de formas y características geométricas.
- Hábito de expresar los resultados numéricos de los problemas indicando las unidades utilizadas.

Criterios de evaluación

- Identificar lugares geométricos que cumplen determinadas propiedades.
- Reconocer los puntos y las rectas notables de cualquier triángulo.
- Resolver problemas aplicando el teorema de Pitágoras en distintos contextos.
- Calcular el área de paralelogramos, triángulos y polígonos regulares.
- Obtener el área de polígonos cualesquiera, descomponiéndolos en otros más sencillos.
- Hallar el área del círculo y de la corona circular.
- Resolver problemas reales que impliquen el cálculo de áreas de figuras planas.

Actividades iniciales

1.- Rectas y puntos notables en el triángulo

- El alumno copia en su cuaderno:
 - Las **medianas** de un triángulo son las rectas que se obtienen al unir cada uno de los vértices del triángulo con el punto medio del lado puesto.
 - Las tres medianas del triángulo se cortan en un punto llamado **baricentro**.
 - Las **mediatrices** de un triángulo son las rectas perpendiculares a sus lados que pasan por el punto medio.
 - Las mediatrices se cortan en un punto llamado **circuncentro** (centro de la circunferencia circunscrita al triángulo).



- Después se le propone al alumno que realice la siguiente actividad con el programa CABRI

Actividad 1

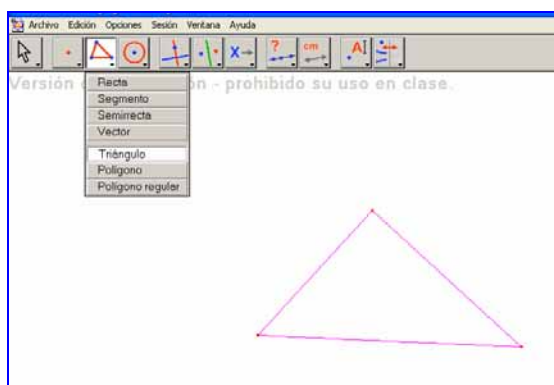
Con esta actividad se pretende que el alumno sepa determinar los puntos y las rectas notables de un triángulo cualquiera.

Dibuja un triángulo cualquiera y determina:

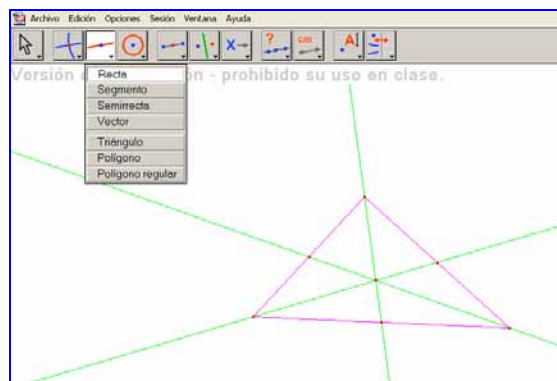
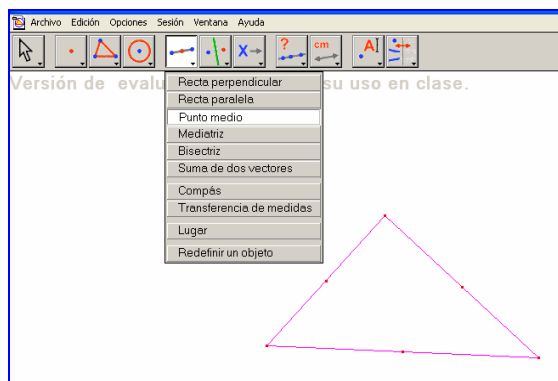
- El baricentro.
- El circuncentro
- La circunferencia circunscrita.

Solución:

- El alumno dibuja un triángulo cualquiera



- Determina los puntos medios de los lados del triángulo y las rectas que unen cada vértice con el punto medio del lado opuesto (medianas). Determina el punto de intersección de las medianas y obtenemos el baricentro.

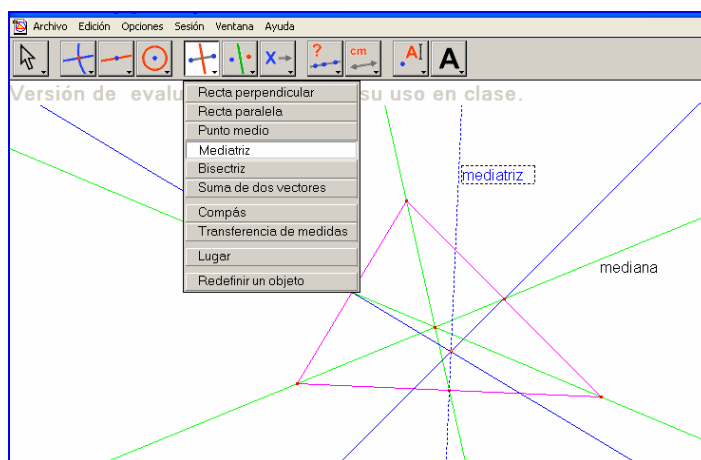


- Se determinan las mediatrices del triángulo y el punto de intersección (circuncentro)

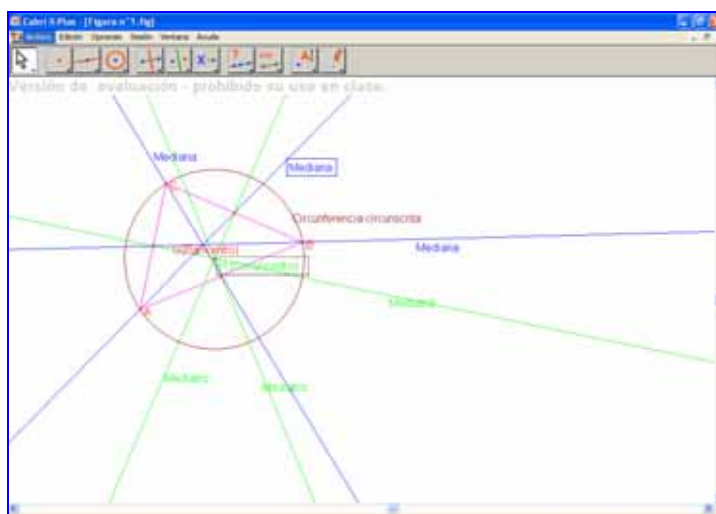
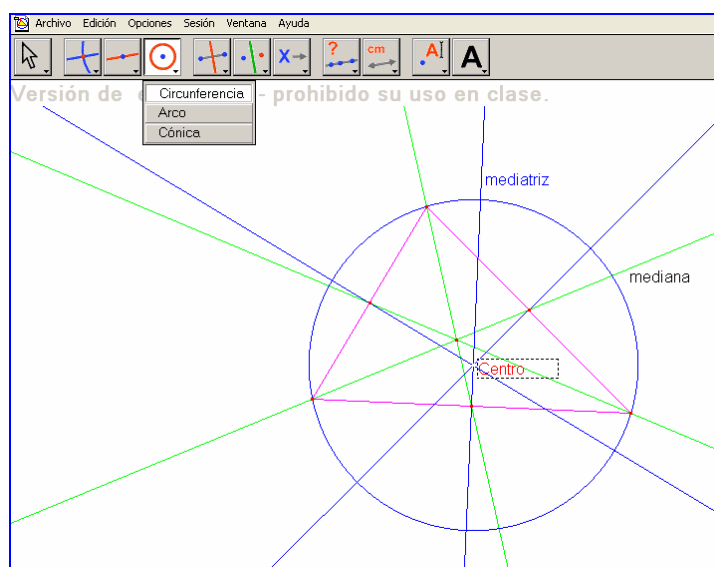


Unidad didáctica sobre lugares geométricos y figuras planas

José L. Hernández Quintanilla



Dibujamos la circunferencia circunscrita al triángulo, para ello tomamos como centro el circuncentro y radio la distancia del circuncentro a cualquier vértice.





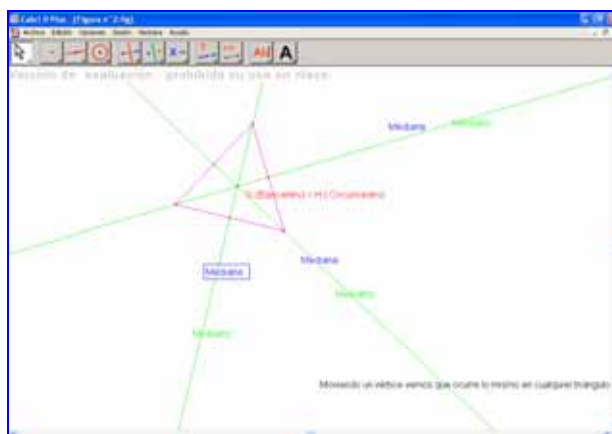
Actividad 2

Se pretende que el alumno/a sea capaz de observar algunos casos particulares de los puntos notables en un triángulo equilátero.

Dibuja un triángulo equilátero y determina su baricentro y su circuncentro. ¿Qué observas? ¿Ocurre lo mismo en cualquier triángulo equilátero?

Solución:

El alumno realizará el mismo procedimiento que en la actividad 1, pero considerando un triángulo equilátero.



➤ El alumno copiará en su cuaderno:

- Las **alturas** de un triángulo son las rectas perpendiculares trazadas desde cada vértice del triángulo al lado opuesto.
- El punto de corte de las alturas se llama **ortocentro**.
- Las **bisectrices** de un triángulo son las rectas que dividen cada uno de sus ángulos en dos partes iguales.
- Las **bisectrices** se cortan en un punto llamado **incentro** (centro de la circunferencia inscrita).

Actividad 3

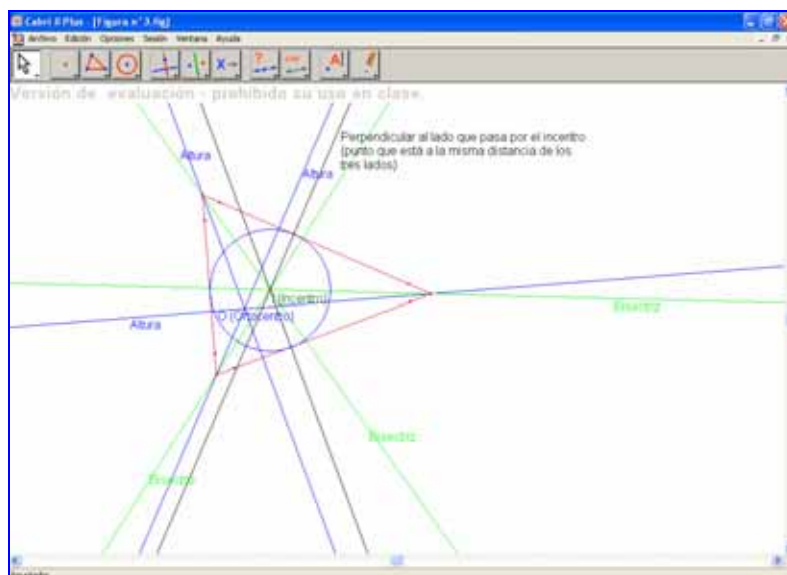
Al realizar esta actividad intentando que el alumno/a sepa calcular los puntos y las rectas notables de un triángulo cualquiera.

Dibuja un triángulo cualquiera y determina:

- a) El ortocentro.
- b) El incentro.
- c) La circunferencia inscrita.



Solución:

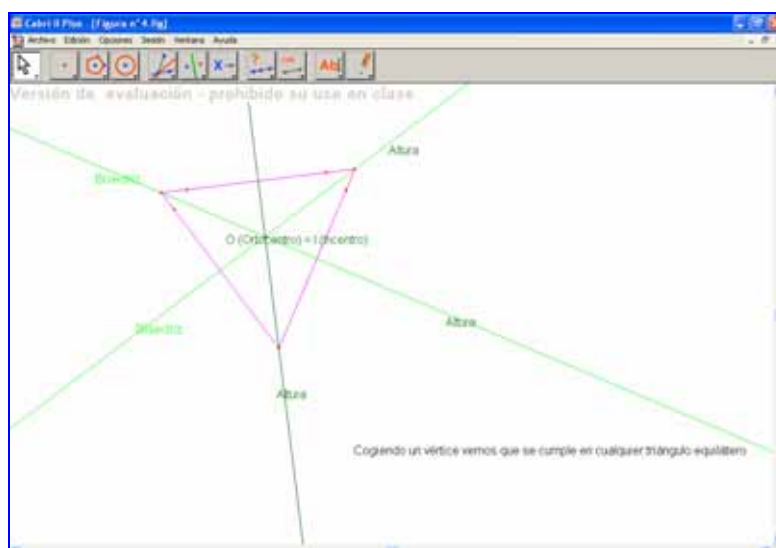


Actividad 4

El alumno/a observará algunos casos particulares de los puntos y rectas notables en un triángulo equilátero.

Dibuja un triángulo equilátero y determina su ortocentro y su incentro. ¿Qué observas? ¿Ocurre lo mismo en cualquier triángulo equilátero?

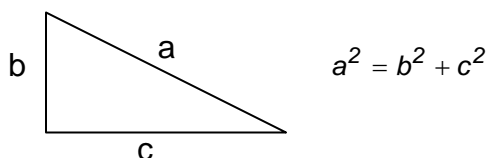
Solución:





2.- Teorema de Pitágoras. Aplicaciones

- El alumno copiará en su cuaderno el Teorema de Pitágoras:

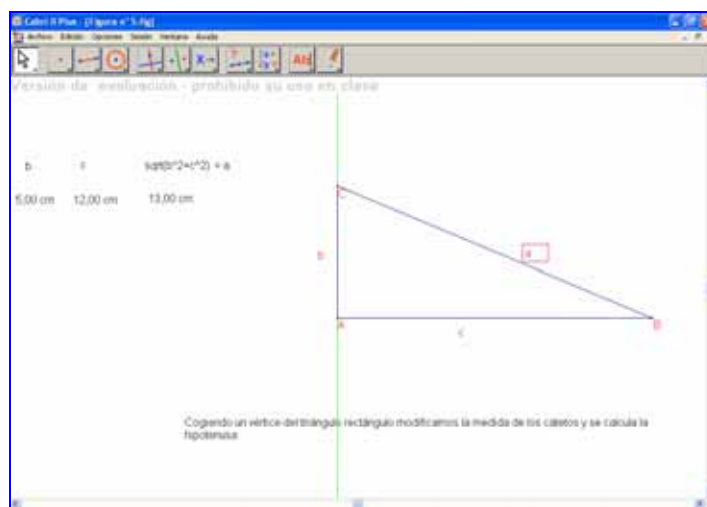


Actividad 5

Pretendemos que el alumno/a pueda tener soltura con el teorema de Pitágoras. El alumno comprobará que en cualquier triángulo rectángulo se cumple el teorema.

Calcula el valor de la hipotenusa de un triángulo rectángulo de catetos 5 cm y 12 cm

Solución:



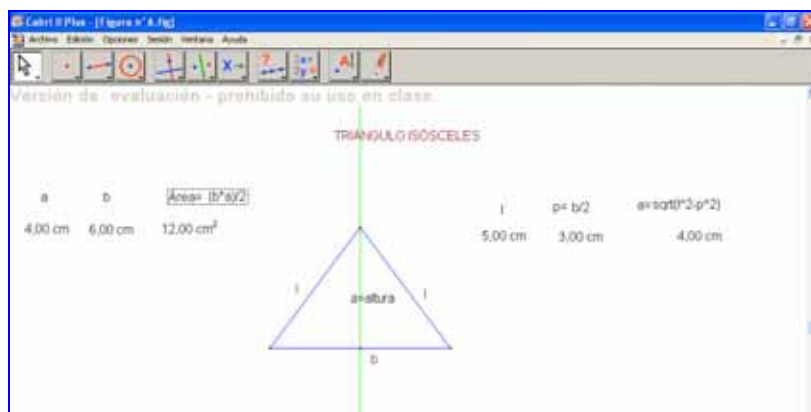
Actividad 6

Esta actividad pretende que el alumno/a sea capaz de manejar el teorema de Pitágoras en cualquier triángulo rectángulo.

Calcula la altura de un triángulo isósceles donde los lados iguales miden 5 cm y el otro lado 6 cm. Después calcula el área del triángulo.



Solución:



Es una aplicación del Teorema de Pitágoras para calcular el área de un triángulo isósceles.

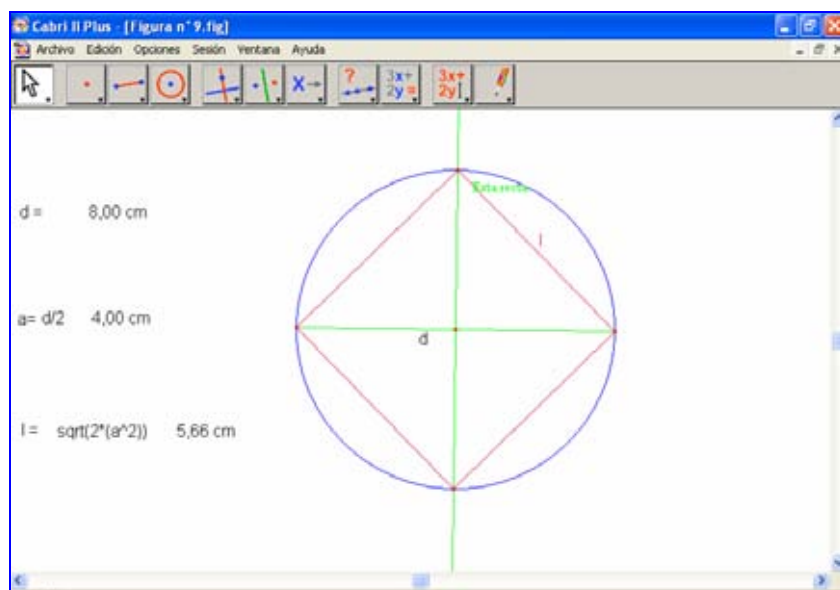
Actividad 7

El alumno/a tiene que ser capaz de aplicar el teorema de Pitágoras en cualquier situación, buscando siempre un triángulo rectángulo donde poderlo aplicar.

Determina el lado de un cuadrado cuya diagonal mide 8 cm.

Solución:

El alumno construirá un cuadrado conocida la diagonal. Como aplicación del teorema de Pitágoras determinará la longitud del lado.





3.- Área de figuras planas

- El alumno/a tiene que copiar en su cuaderno las fórmulas del área de triángulos, cuadriláteros y de un polígono regular.

- **Triángulo:** $\text{Área} = \frac{\text{base} \cdot \text{altura}}{2}$
- **Cuadrado:** $\text{Área} = \text{lado} \cdot \text{lado} = (\text{lado})^2$
- **Rectángulo:** $\text{Área} = \text{base} \cdot \text{altura}$
- **Rombo:** $\text{Área} = \frac{\text{Diagonal mayor} \cdot \text{diagonal menor}}{2}$
- **Romboide:** $\text{Área} = \text{base} \cdot \text{altura}$
- **Trapezio:** $\text{Área} = \frac{(\text{Base mayor} + \text{base menor}) \cdot \text{altura}}{2}$
- **Polígono regular:** $\text{Área} = \frac{\text{perímetro} \cdot \text{apotema}}{2}$

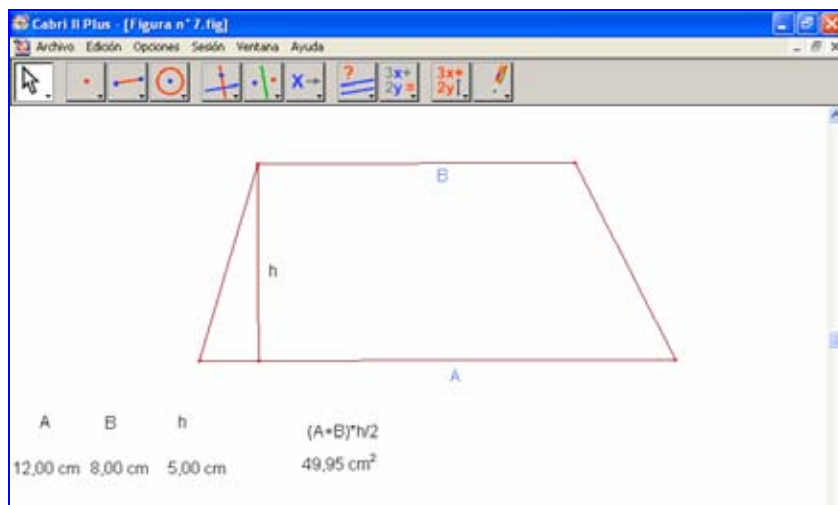
Actividad 8

Se pretende que el alumno/a maneje con soltura el concepto de área, construyendo figuras geométricas planas.

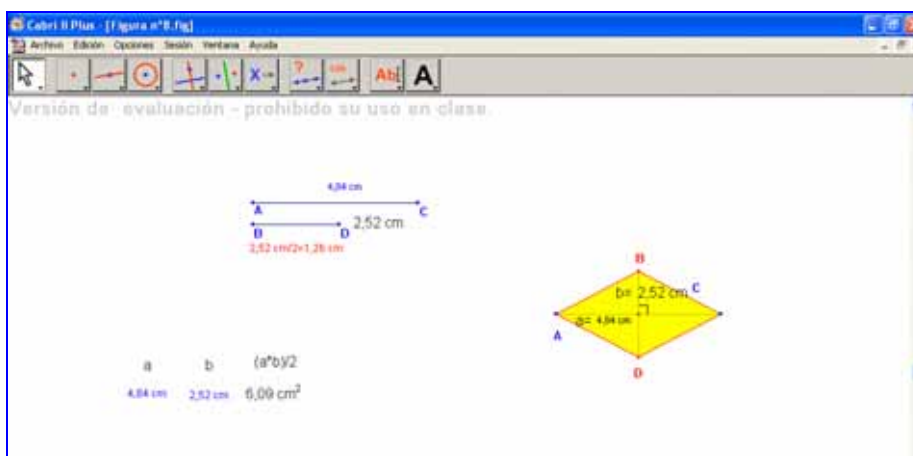
- Calcula el área de los siguientes polígonos:
- a) Un trapezio de bases 12 cm y 8 cm y altura 5 cm
 - b) Un rombo de diagonales 12 cm y 9 cm

Solución:

- a) Dibujará un trapezio cualquiera y comprobarán como se calcula el área conociendo las bases y la altura.



b) Comprobarán el área de un rombo conocidas sus diagonales.



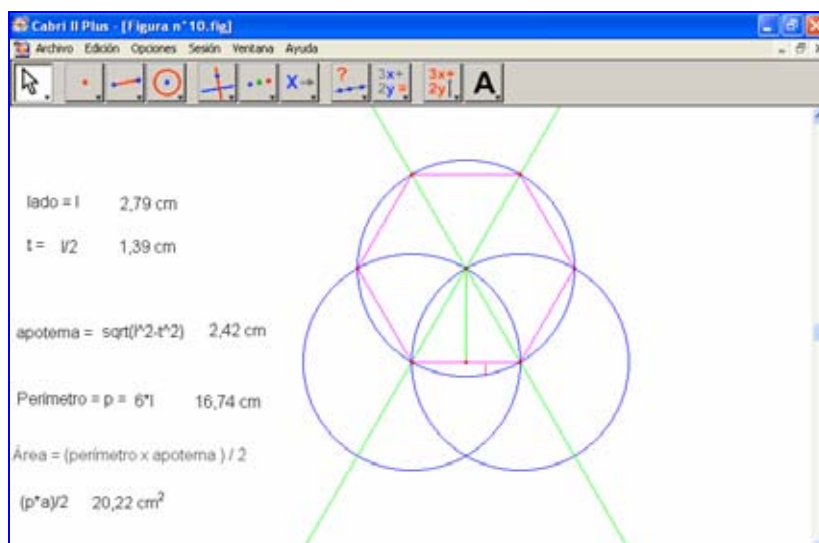
Actividad 9

Con esta actividad el alumno/a debe ser capaz de construir un hexágono regular y aplicar el teorema de Pitágoras para calcular el área.

Determina el área de un hexágono regular de lado 6 cm

Solución:

Aprenderán a dibujar un hexágono regular a partir del lado, aplicarán el teorema de Pitágoras para calcular la apotema y determinarán su área (mediante la fórmula y calculada directamente como polígono regular)

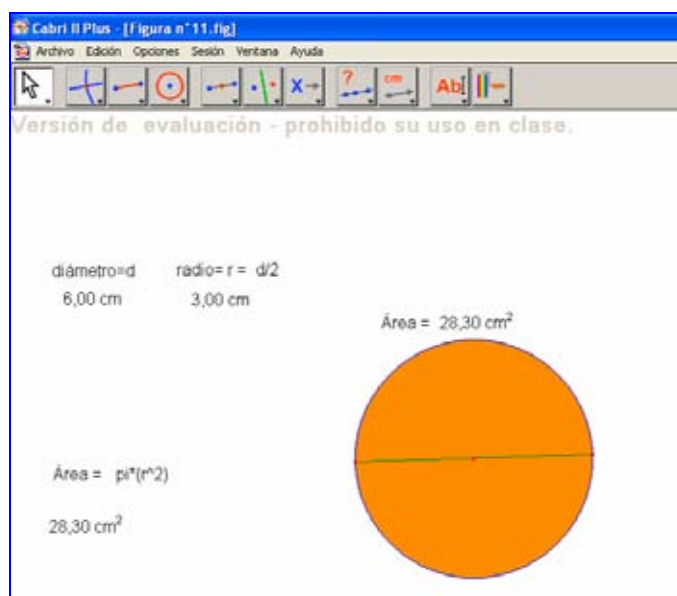


Actividad 10:

El alumno/a tiene que conseguir obtener el área de un círculo conocido el diámetro. Comprobarán como calcular el área de cualquier círculo conocido el diámetro.

Halla el área de un círculo cuyo diámetro mide 6 cm

Solución:



Podemos calcular el área de cualquier círculo conocido el diámetro.



Actividades de evaluación

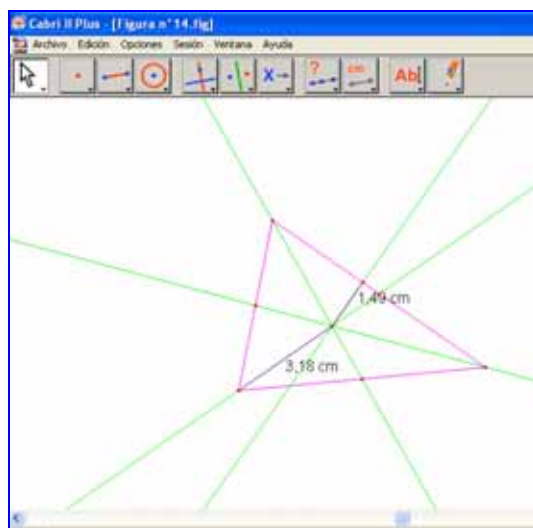
Actividad 1:

Conseguiremos que el alumno/a conozca algunas propiedades de los puntos notables respecto a un triángulo cualquiera.

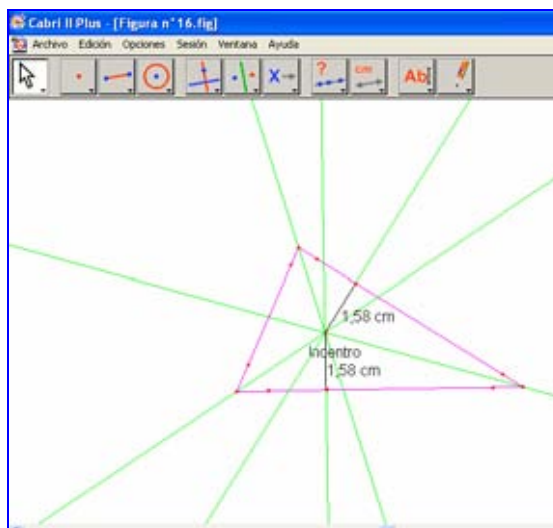
- a) Comprobar que en cualquier triángulo el baricentro es un punto cuya distancia a cada vértice es el doble que su distancia al lado opuesto.
- b) Comprobar que el incentro de cualquier triángulo está a la misma distancia de cualquier lado

Solución:

a)



b)



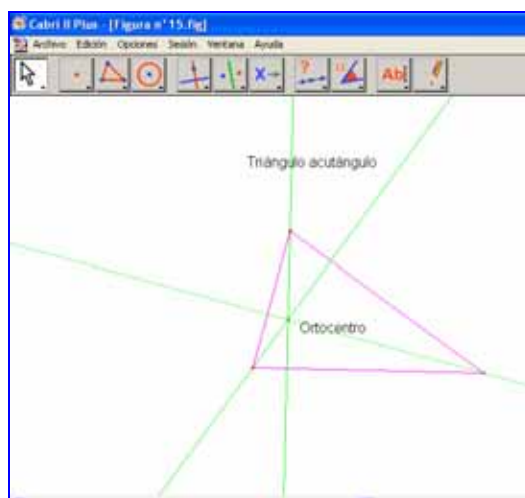
Actividad 2:

El alumno/a conocerá algunos casos particulares del ortocentro en ciertos triángulos.

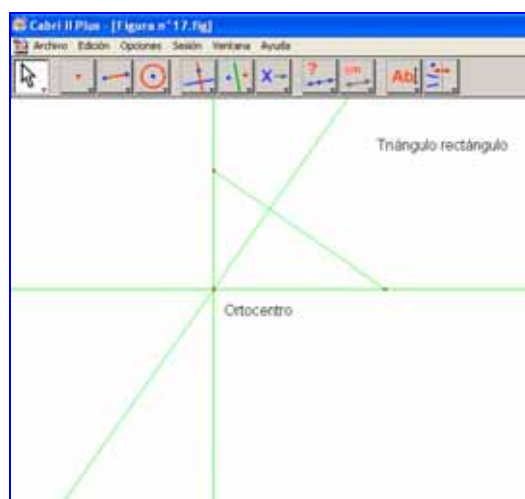
Comprobar donde queda el ortocentro de un triángulo, si el triángulo es acutángulo; si es un triángulo rectángulo; y en los triángulos obtusángulos.

Solución:

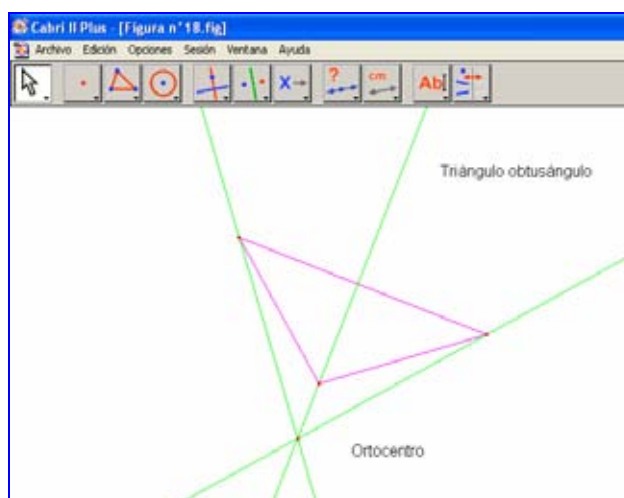
Si el triángulo es acutángulo, el ortocentro siempre queda en el interior del triángulo.



Si el triángulo es rectángulo, el ortocentro coincide con uno de los vértices:



Si el triángulo es acutángulo, el ortocentro queda fuera del triángulo:





Actividad 3:

Conseguiremos que el alumno/a maneje la construcción de un hexágono regular a partir de un lado, sepa aplicar el teorema de Pitágoras para calcular la apotema y determine sus áreas.

- Dibujar un hexágono regular que tiene de lado 8 cm.
- Calcula la longitud de la apotema.
- Calcula el área del hexágono.

Solución:

Seguiríamos el mismo procedimiento que en la actividad 9.

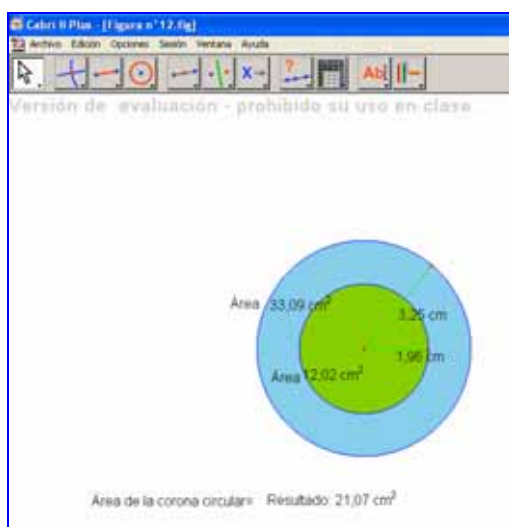
Actividad 4:

El alumno/a tendrá soltura para dibujar circunferencias de cualquier radio y conseguirá calcular el área de una corona circular.

Dos circunferencias concéntricas tienen radios de 5 y 3 cm, respectivamente. Calcula el área de la corona que originan. Halla también el área de los círculos que generan.

Solución:

El alumno tendrá que dibujar dos circunferencias concéntricas, obtener la corona circular y calcular el área

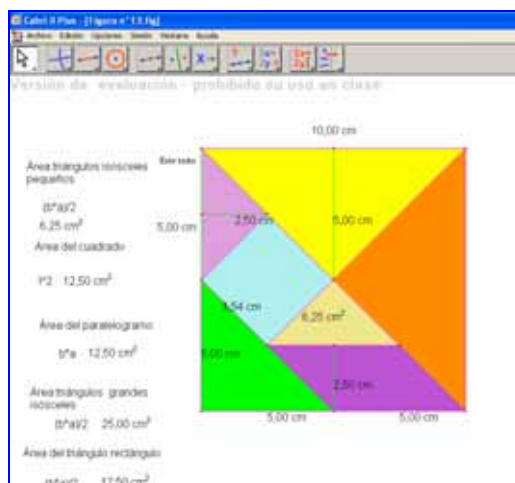


El alumno comprobará el área de la corona circular modificando el radio de las circunferencias.



Actividad 5

Considera las siete piezas del tangram chino de lado 10 cm. Calcula el área de cada una de las piezas, determinando las longitudes necesarias para cada una de ellas. Comprobar que la suma de las áreas de las siete piezas es igual al área del cuadrado de lado 10 cm.



Evaluación

Para la evaluación de la Unidad didáctica consideraremos:

- Los conceptos reflejados en el cuaderno que han necesitado para realizar las actividades propuestas. 10% de la nota
- Desarrollo de las actividades propuestas con CABRI. 50% de la nota
- Examen de evaluación propuesto. 40% de la nota

Nota: Todas las actividades las realizarían en grupo de 3 alumnos.

Bibliografía

Libro de texto: Matemáticas 3 ESO.

Editorial: Santillana.

Proyecto: La Casa del Saber.

Autores: Departamento de Ediciones Educativas de Santillana Educación, S. L.

José L. Hernández Quintanilla es Licenciado en Ciencias Matemáticas (Granada). Catedrático de Matemáticas en Secundaria y Jefe de Departamento en el I.E.S. "Melchor de Macanaz". Hellín (Albacete)
jherna46@gmail.com