Junio de 2007, Número 10, páginas 195 - 198
ISSN: 1815-0640

Por Santiago López Arca

Grafos

Seguro que alguna vez alguien te presentó el siguiente desafío: ¿Puedes trazar la *figura 1* sin levantar el lápiz del papel y sin recorrer dos veces el mismo segmento?

¿Y qué te parece la *figura 2*? ¿Podrás dibujarla con las condiciones que acabamos de establecer?

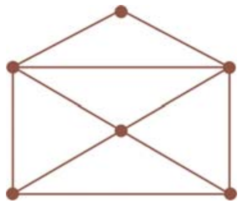


Fig. 1

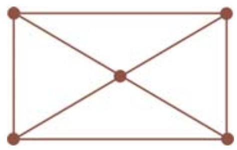


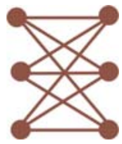
Fig. 2

Conscientes de estar siendo poco rigurosos, en matemáticas se dice que un dibujo de este tipo, formado por un conjunto de puntos de un plano que están conectados por segmentos o arcos de curva, es un ***grafo***. Los puntos se llaman ***vértices*** o nodos y las líneas de unión ***aristas*** o lados.

El número de vértices determina el ***orden del grafo***. El ***orden de un vértice*** es el número de lados que tienen por extremo ese vértice.

La teoría de grafos nos permite resolver problemas matemáticos de carácter teórico y también muchas situaciones problemáticas de tipo práctico que se presentan en la vida real: redes de conexión de alumbrado, o entre ordenadores, sistemas de transporte, redes de suministro de agua o gas... ayudándonos a establecer los caminos más cortos y a abaratar los costes.

Propongamos, a modo de toma de contacto, dos pequeños problemas. El primero: *¿cuántos caminos se necesitan para unir cinco casas de todas las formas posibles?* Y el segundo: *Tres amigos van paseando por la calle y se encuentran con tres amigas; se saludan los dos grupos, ¿cuántos saludos se efectuaron?* A continuación mostramos las soluciones a estos problemas utilizando grafos; ¿sabes interpretarlas? ¿Cuáles son las respuestas?

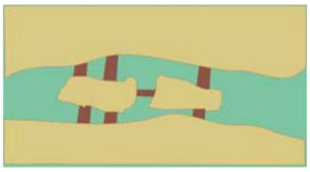


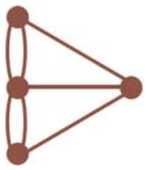
En el primero de los grafos cada vértice está unido con todos los demás (tiene todas las arista posibles), se dice que es *completo*. En el segundo grafo, el conjunto de vértices está separado en dos subconjuntos y cada vértice está unido con todos los vértices del otro subconjunto pero con ninguno de su propio subconjunto. Este es un *grafo bipartito completo*.

Pero vayamos al principio de la historia. Allá por el año 1735, *Leonhard Euler* (1707-1783), que entonces vivía en *San Petersburgo*, tuvo conocimiento del problema de los puentes de Königsberg (ahora *Kaliningrado*). La ciudad de Königsberg estaba constituida por cuatro sectores: dos situados en las orillas del río *Pregel* y otros dos asentados en dos islas de este río. Los cuatro sectores se conectaban entre sí por siete puentes, tal como se muestra en este grabado del siglo XVII.

Los habitantes se preguntaban si sería posible dar un paseo, saliendo y volviendo a sus domicilios, pasando una única vez por cada puente. Euler demostró que es imposible hacer el recorrido propuesto.

Para poder abordar el problema representó cada sector de la ciudad por un punto y cada puente por una línea, tal como se muestra en las siguientes figuras. Pero Euler no se conformó con resolver este problema particular, sino que construyó una teoría que permitió obtener la solución general para cualquier número de puntos unidos por líneas.





En 1736 presentó una memoria ante la *Academia de Ciencias de San Petersburgo* que puede ser considerada como la obra que sentó las bases de la teoría de grafos.

Para resolver el problema de los puentes de Königsberg, Euler razonó así: Si se desea diseñar un recorrido que permita partir y volver a un mismo punto, cada sector debe estar conectado con un número par de puentes lo que nos permitirá entrar y marchar de ese sector por puentes diferentes. También podremos iniciar el paseo en un lugar con un número impar de puentes para finalizar en otro que a su vez esté conectado con un número impar de puentes.

Andrea Gestal González

La teoría se resume con tres reglas:

1) Si un *grafo* está compuesto solamente por *vértices de orden par*, se puede recorrer de una sola pasada, saliendo de un determinado vértice y regresando a él.

2) Si un *grafo* contiene *sólo* dos *vértices de orden impar*, también se puede recorrer de una sola pasada, pero sin volver al punto de partida.

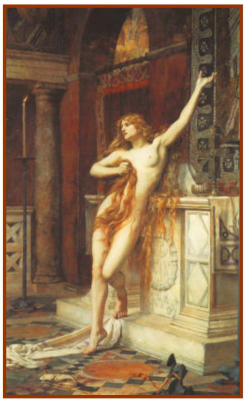
3) Si un *grafo* tiene más de dos *vértices de orden impar*, entonces el problema no se puede resolver.

Santiago López Arca

HIPATIA

Hoy voy a hablaros de Hipatia, un buen ejemplo de que las mujeres también pueden destacar cuando se mueven en campos relacionados con las ciencias o, más concretamente, en matemáticas, siendo capaces de trabajar en pie de igualdad con los hombres, desarrollando tareas que tradicionalmente fueron consideradas propias del género masculino, como es el caso de todas las actividades relacionadas con la técnica.

Hipatia (370-415) nació y murió en Alejandría (Egipto). Fue una de las primeras mujeres de la historia que contribuyó al desarrollo de las matemáticas. Su padre, al que ella adoraba, fue Teón de Alejandría, un ilustre filósofo y matemático de esa época, que actuó como maestro de Hipatia desde su infancia. Teón fue una excepción en la manera de pensar de su tiempo y permitió que su hija se convirtiera en astrónoma, filósofa y matemática, actitud que resultaba sumamente inusual en un sistema en el que las mujeres no tenían derecho a la educación y sus vidas transcurrían en los espacios privados de sus casas, de sus familias, de sus amigos y de las "tareas femeninas".



Teón quiso que Hipatia fuese "un ser humano perfecto" y con ese objetivo vigiló muy de cerca la educación de la mente y del cuerpo de su hija. Desde la mañana ella dedicaba varias horas al ejercicio físico; después tomaba baños que la relajaban y le permitían concentrarse para dedicar el resto del día al estudio de las ciencias, de la música y de la filosofía.

Teón trabajaba en el museo fundado por Tolomeo, emperador que sucedió a Alejandro Magno. El museo tenía más de cien profesores que vivían allí. Hipatia entró a estudiar con ellos y, aunque viajó a Italia y a Atenas para recibir algunos cursos de filosofía, se formó cómo científica en el Museo de Alejandría y trabajó en él hasta su muerte, llegando incluso a dirigirlo alrededor del año 400.

Hipatia se dedicó, durante veinte años, a investigar y enseñar geometría, astronomía, lógica, filosofía y mecánica en el museo. Ocupaba la cátedra de Filosofía Platónica por lo que sus amigos la llamaban "la filósofa". Al museo asistían estudiantes de Europa, Asia y África a escuchar sus enseñanzas sobre "La Aritmética de Diofanto" y su casa se convirtió en un gran centro intelectual.

Hipatia escribió comentarios a la *Aritmética de Diofanto*, al *Canon astronómico de Tolomeo* y a las *Secciones cónicas de Apolonio.* Estas y otras obras suyas fueron destruidas en el incendio de la Biblioteca de Alejandría.

Se convirtió en una de las mejores científicas y filósofas de su época, erudita de un conocimiento que los cristianos de entonces identificaban con el paganismo y que, por lo tanto, perseguían, quemando y destruyendo todos los templos y centros griegos, y persiguiendo a todos los académicos del museo, obligándoles a convertirse al cristianismo.

Hipatia se negó a renunciar al conocimiento griego, a la filosofía y a la ciencia que durante más de veinte años había aprendido y enseñado en el museo. En marzo del año 415, en tiempo de Cuaresma, fue acusada de conspirar contra el patriarca cristiano de Alejandría y, como consecuencia, fue asesinada.

Al asesinar a Hipatia, asesinaron a una mujer, una matemática y filósofa, la primera de la historia y la más notable de su época, aunque no se pudo asesinar el pensamiento filosófico y matemático griego.


Paula Catarina Sánchez Pedreira

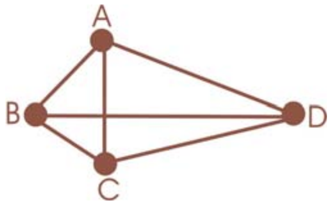
Fuentes:

Matemáticas en las matemáticas. Figueiras Ocaña, L. (y otras). Proyecto Sur.
http://es.wikipedia.org/wiki/Hipatia#Muerte_de_Hipatia
http://redescolar.ilce.edu.mx/redescolar/act_permanentes/mate/nombres/mate1h.htm
http://www.divulgamat.net/weborriak/Historia/MateOspetsuak/Hipatia.asp

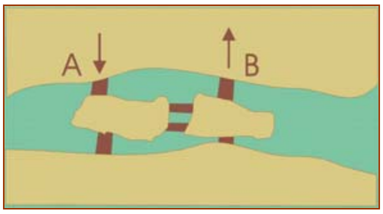
PENSAR ES DIVERTIDO

Investiga: Si un grafo tiene vértices de orden impar, el número de esos vértices (de orden impar) es par.

¿Cuántos caminos, ***que pasen una única vez por cada vértice***, se pueden establecer saliendo de A y volviendo a A?



¿Cuántos caminos van de A a B pasando una única vez por cada uno de estos seis puentes?



¿Cuáles de las siguientes figuras se pueden trazar sin levantar el lápiz del papel y sin recorrer dos veces la misma arista?