UNIÓN
REVISTA IBEROAMERICANA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA

ISSN: 1815-0640
Año XVI - Número 60. Diciembre 2020
Páginas 119-134

http://www.fisem.org/www/index.php
https://union.fespm.es/index.php/UNION

Análisis de la creatividad en el planteamiento de problemas de ecuaciones lineales

Leticia Sánchez González, Estela de Lourdes Juárez Ruiz, José Antonio Juárez López

Fecha de recepción: 03/05/2020
Fecha de aceptación: 30/11/2020

Resumen	Se presenta el análisis de creatividad en el planteamiento de problemas de ecuaciones lineales basado en la fluidez, la flexibilidad y originalidad, en estudiantes de secundaria. Este proceso consideró las situaciones de problemas estructurados, semiestructurados y libres. Se diseñaron unas actividades basadas en un modelo de comprensión de conceptos de ocho niveles, dentro de los cuales, la etapa final requiere un proceso de invención. Los resultados muestran la dificultad de los estudiantes al trabajar en el planteamiento de problemas de ecuaciones lineales. A pesar de ser resultados en minoría, se observó un buen desempeño y recuperación de ideas creativas. **Palabras clave**: Creatividad, planteamiento de problemas, ecuaciones lineales
Abstract	The analysis of creativity in the linear equation problem approach based on fluency, flexibility and originality in secondary school students is presented. This process considered situations of structured, semi-structured and free problems. Activities based on an eight-level concept understanding model were designed, within which the final stage requires a process of invention. The results show the difficulty of the students when working on posing linear equation problems. Despite being minority results, good performance and recovery of creative ideas were observed. **Keywords**: Creativity, problem posing, linear equations
Resumo	A análise da criatividade é apresentada na formulação de problemas de equações lineares baseadas na fluência, flexibilidade e originalidade, em alunos do ensino médio. Este processo considerou situações de problemas estruturadas, semiestruturadas e livres. Algumas atividades foram desenhadas com base em um modelo de compreensão de conceito de oito níveis, dentro do qual o estágio final requer um processo de invenção. Os resultados mostram a dificuldade dos alunos em trabalhar na formulação de problemas de equações lineares. Apesar de resultados em minoria, observou-se um bom desempenho e recuperação das ideias criativas. **Palavras-chave**: Criatividade, formlação de problemas, equações lineares

1. Introducción

Actualmente en la Educación Matemática, el planteamiento de problemas ha tomado gran relevancia como área de investigación. Es una actividad matemática potencial, la cual, implementada adecuadamente en el aula, recupera la comprensión de contenidos matemáticos y permite estimular el pensamiento crítico y creativo. Es así que, a través de los procesos de invención, los estudiantes se encuentran en una auténtica actividad matemática (Bonotto, 2013).

Los problemas creados a través del proceso de invención requieren un esfuerzo de interpretación personal y de dar significado a un contenido matemático. Es por ello que es un proceso matemático complejo. Sin embargo, como sugieren varios estudios (Espinoza, Lupiañez y Segovia, 2015; Bonotto, 2013; Ayllón y Gómez, 2014) el planteamiento de problemas resalta varios aspectos positivos, tales como: mejor disposición, actitud y confianza hacia la matemática, y desarrollo de la creatividad, entre otros.

Así, el planteamiento de problemas permite a los estudiantes darle sentido a los procesos que realiza y mejora la resolución de problemas, con los que está estrechamente relacionado.

De hecho, la resolución de problemas, es un área de investigación con mayor demanda y con amplios temas de estudio. En relación con álgebra y en particular, con el análisis del uso de la variable como incógnita se pueden distinguir a Bell (1996), Star y Rittle-Johnson (2008), entre muchos otros. Y aunque el planteamiento de problemas ha estado bajo la sombra de la resolución de problemas, hasta hace poco, los investigadores comenzaron a darse cuenta de sus potencialidades, lo que resultó en un rápido reconocimiento de la necesidad de incorporarlo en el aprendizaje en el aula de Matemáticas.

En los últimos años, el planteamiento de problemas basado en análisis de creatividad se puede distinguir en estudios acerca del trabajo con números decimales (Bonotto, 2013) y geometría (Siswono, 2010). Sin embargo, en relación con contenidos de álgebra se tiene a Diantari (2017) y Nurasih (2017), entre otros, como estudios que distinguen a esta actividad de aprendizaje como herramienta que permite mejorar y estimular la creatividad matemática. De hecho, Alfiana, Pasadeta y Irawati (2020) en su metaanálisis coinciden con lo anterior, estableciendo que el planteamiento de problemas en estudiantes de secundaria en la materia de álgebra es muy efectivo para fomentar la creatividad.

En este estudio, se realizó una investigación cualitativa cuyo objetivo fue analizar la creatividad en el planteamiento de problemas de ecuaciones lineales en estudiantes de segundo de secundaria (grado 8). Se tomaron en cuenta los aspectos que otros autores han utilizado para analizar la creatividad, tales como la fluidez, la flexibilidad y originalidad (Bonotto y Dal Salto, 2015). Asimismo, fueron consideradas para este estudio las situaciones estructuradas, semiestructuradas y libres definidas por Stoyanova (1997).

Para ello, se planteó la siguiente pregunta de investigación: ¿Cómo es el pensamiento creativo de estudiantes en el planteamiento de problemas de ecuaciones lineales?

2. Fundamentos teóricos

El planteamiento de problemas es un proceso matemático complejo, en el cual se construyen problemas a partir de la interpretación personal o significado que le da el estudiante a una situación concreta o a un problema previamente dado (Espinoza, Lupiañez y Segovia, 2016). Es también conocido como invención de problemas o *problem posing* en la literatura en inglés.

En Espinoza et al. (2015) se mencionan varios autores que ponen de manifiesto que el planteamiento de problemas es una herramienta que ha sido empleada para mejorar las habilidades de resolución de problemas matemáticos, tener comprensión de los conceptos y procedimientos, y conocer cómo los estudiantes manejan y estructuran su propio conocimiento matemático.

En relación con la materia de álgebra, el planteamiento de problemas presenta el mayor acercamiento con Cañadas, Molina y del Rio (2018) y Fernández y Molina (2017) al trabajar con ecuaciones o sistemas de ecuaciones a través de un análisis semántico y sintáctico. O bien, desde la perspectiva de estudio con análisis de creatividad en este mismo tema, identificamos a Diantari (2017) quién analizó la habilidad de los estudiantes en el pensamiento creativo en ecuaciones lineales de dos variables y a Nurasih (2017) al trabajar con operaciones algebraicas.

Con respecto a la estructura en la formulación de los problemas planteados, existen diferentes perspectivas de estudio, por ejemplo, Espinoza et al. (2016) establecen que esta actividad puede ocurrir antes, durante o después de la resolución de problemas, mientras que Stoyanova (1997) identifica tres formas en las cuales se podrían formular problemas: la situación libre, donde los estudiantes no tienen restricciones para inventar problemas; situaciones semiestructuradas, donde se les propone que planteen problemas con base en alguna experiencia o condición; y las situaciones estructuradas, en las que se reformulan los problemas dados o se cambia la condición del mismo.

En este sentido, Santos (1997) resalta que es importante que el estudiante formule sus propios problemas a partir de información específica. Resultados similares se presentan en el trabajo de Polya (1965) donde aparece como componente esencial de la actividad matemática cuando se cuestiona ¿Cómo podemos plantear el problema de manera diferente?

De manera análoga, Ayllón y Gómez (2014) señalan varios aspectos positivos de la invención de problemas, entre ellos la creatividad. Sugieren que el estudiante adquiere grandes beneficios, pues al inventar un problema matemático, parte de ideas propias, se ve obligado a pensar, a analizar críticamente el enunciado, a examinar los datos que este presenta y a manipular distintas estrategias. Así, se concuerda con el autor al concluir que la creatividad constituye un componente indispensable para realizar tareas matemáticas.

La creatividad se basa en conocimientos para crear. Es un proceso que permite construir algo nuevo liberándose de ideas establecidas, analizando distintas posibilidades y aplicando una variada gama de conocimientos. Las ideas creadas permiten hacer conjeturas, son innovadoras y útiles. Las investigaciones de creatividad en la educación matemática la consideran como un elemento metodológico que ayuda a adquirir aprendizaje matemático (Ayllon y Gómez, 2014).

Por otra parte, Siswono (2010) define el pensamiento creativo matemático como una combinación de lógica y pensamiento divergente que se basa en la intuición, pero con un objetivo consciente. Cuando uno aplica el pensamiento creativo en una situación práctica de resolución o de planteamiento de problemas, el pensamiento divergente produce muchas ideas. Además, el autor recopila información donde se identifican distintas maneras de evidenciar la creatividad basada en características específicas, lo que lleva a sugerir la existencia de niveles o grados de creatividad en los estudiantes. Al respecto, Singer y Voica (2015) señalan que el trabajo de plantear problemas no solo desarrolla la creatividad, sino que favorece las habilidades metacognitivas.

Para este estudio se consideró lo sugerido por Silver (1997) y Bonotto y Dal Salto (2015), donde el pensamiento creativo se centra en la flexibilidad, la fluidez y la originalidad en la resolución y planteamiento de problemas matemáticos. Estos tres componentes evalúan respectivamente diferentes partes del pensamiento y son independientes entre sí. Los estudiantes tienen varios conocimientos precedentes y habilidades diferentes. En consecuencia, es coherente pensar que tienen diferentes niveles de pensamiento creativo. Así, un alumno puede mostrar los tres componentes, dos componentes o solo un componente durante la resolución y el planteamiento de problemas.

Por ejemplo, en Siswono (2010, 2011) y Ayllón, Gómez y Claver (2016) se define la creatividad con base en estos tres componentes, tanto para la resolución como para el planteamiento de problemas, dado que en cada contexto el proceso mental es distinto. Así, la fluidez en el planteamiento de problemas se refiere a la capacidad de los estudiantes para generar muchos de estos con soluciones correctas. La flexibilidad, a la capacidad del estudiante para plantearlos o construirlos con soluciones divergentes, y la novedad, como la capacidad del estudiante para plantear o construir un problema diferente de los demás.

De manera análoga, Balka (1974) y Torrance (1974) (citados en Silver,1997), y Van Harpen y Presmeg (2013) se refieren a la fluidez como al número de problemas planteados, flexibilidad al número de diferentes categorías de problemas generados y originalidad a qué tan diferente es el planteamiento del problema en el conjunto de todas las propuestas. Este esquema analítico es muy similar al utilizado en muchos enfoques para medir la creatividad.

Por otro lado, en Shiriki (2013) se definen puntajes para medir los componentes de creatividad. El puntaje total de fluidez del estudiante se determina sumando el número de problemas nuevos diferentes que planteó, en función de un problema dado. El puntaje total de flexibilidad del estudiante está determinado por el número total de diferentes categorías de los problemas planteados, y como originalidad, por su propia naturaleza compleja, requiere que el autor determine según su contexto o realidad, las condiciones para que un problema se considere original.

Bonotto (2013) coincide con lo expuesto anteriormente. En su estudio realizó una comparación de problemas planteados por estudiantes en un período determinado en dos escuelas diferentes. Consideró la fluidez como el número de problemas planteados, mientras que, para evaluar la flexibilidad de los estudiantes, los problemas matemáticos se clasificaron teniendo en cuenta la cantidad de detalles dados que fueron incorporados al texto del problema planteado y los datos adicionales introducidos por los estudiantes. Por último, para la originalidad tomó en consideración la rareza del problema en comparación con los otros problemas planteados en cada escuela. Un problema se consideró original si este lo planteaba menos del 10% de los alumnos en cada escuela.

Así, con base en la revisión de literatura realizada, en el presente estudio se consideró la creatividad en el planteamiento de problemas como compuesta por tres dimensiones: fluidez, flexibilidad y originalidad, donde la *fluidez* se define como el número de problemas planteados completa y correctamente, la *flexibilidad* como el número de situaciones y/o contextos bajo los cuales se creó el problema, y la *originalidad* como aquellos problemas que presentan detalles adicionales bajo un contexto novedoso (Bonotto y Del Salto, 2015).

3. Método

La investigación realizada fue de corte cualitativo de tipo descriptivo, pues corresponde con lo definido por Hernández, Fernández, y Baptista (2010), como un estudio que busca especificar propiedades o características de personas o procesos que se someten a un análisis. Sobre ello se recoge información acerca de las variables a las que se refiere.

Los sujetos del estudio consistieron en un grupo de 32 estudiantes pertenecientes al segundo grado de secundaria, con al menos un curso previo en el tema de ecuaciones lineales de primer grado, de la escuela particular Emilio Sánchez Piedras, ubicada en la ciudad de Apizaco, Tlaxcala, México.

La recolección de datos se realizó mediante sesiones de trabajo de manera oral y escrita como parte de una secuencia didáctica implementada para la comprensión del concepto de variable como incógnita y cuyo énfasis se centró en analizar ecuaciones lineales de los tipos $ax = b$, $ax + b = c$ y $ax + b = cx + d$. Las primeras dos ecuaciones son consideradas por Ursini, Escareño, Montes y Trigueros (2005) como ecuaciones sencillas que pueden ser modeladas por estudiantes de secundaria, mientras que la tercera ecuación, presenta un grado de dificultad mayor, como lo establece Filloy (1999) al distinguir la necesidad de operar con la incógnita.

El instrumento de recolección de datos consistió en un documento escrito compuesto por 2 ecuaciones lineales para cada tipo de ecuación, el cual considera actividades para las ocho etapas que guían naturalmente al estudiante hasta la etapa final de invención de problemas, siguiendo el modelo de comprensión de Pirie y Kieren (1994). Se puede distinguir en la Tabla 1 los descriptores creados para cada etapa del modelo descrito en Meel (2003).

Niveles	Descriptores
Conocimiento primitivo	Reconoce la expresión como algo que le es familiar.
Creación de imagen	Describe ideas sobre que representa la expresión.
Comprensión de la imagen	Explica las acciones matemáticas que están involucradas con la expresión.
Observación de la propiedad	1. Tiene la capacidad de identificar el proceso que lleva al desarrollo de la expresión matemática

	2. Es capaz de resolver correctamente la ecuación.
Formalización	Explica con su propio lenguaje propiedades o leyes que están involucradas en el desarrollo de la ecuación.
Observación	Analiza metacognitivamente los procesos que llevó a cabo.
Estructuración	1. Explica el proceso que realizó a través de propiedades matemáticas formales. 2. Realiza el procedimiento formal de solución de la ecuación.
Invención	1.- Identifica la relación de la expresión algebraica con posibles situaciones de la vida real. 2. Propone una situación o problema relacionado a su entorno que pueda ser representado mediante la expresión matemática.. 3. Interpreta la solución del problema coherentemente.

Tabla 1. Etapas y descriptores del modelo de comprensión de Pirie y Kieren.

Sin embargo, en este trabajo se presenta únicamente el análisis de los procesos creativos realizados por los estudiantes correspondientes al nivel de invención.

Además, siguiendo la propuesta de Stoyanova (1997), se les presentaron a los estudiantes tres o cuatro ideas para que desarrollaran su problema, primero estructurados, luego semiestructurados y al final se les pedía una situación nueva, en el planteamiento libre. Así, los estudiantes debían crear tres o cuatro problemas.

Se realizaron cuatro sesiones de trabajo de aproximadamente 50 minutos cada una, y cuya dinámica de trabajo consistió en trabajo individual, en binas y grupal. Se inició con la presentación de uno de los investigadores que también era su profesor de matemáticas, para la introducción al contenido del planteamiento de problemas, proponiendo la participación activa y el análisis de las propuestas de los estudiantes, la discusión de dichos problemas y su solución. Posteriormente, los estudiantes realizaron las actividades en su material impreso. Además de plantear cada problema, debían darle solución e interpretar la coherencia del mismo.

4. Análisis de resultados

En este apartado se presenta un análisis de los resultados de la investigación acerca del planteamiento de problemas basado en el pensamiento creativo de los estudiantes, mediante la fluidez, flexibilidad y originalidad de los mismos.

Se muestran a continuación los resultados por sesión para cada tipo de ecuación. Cada estudiante debía plantear problemas diferentes para las ecuaciones presentadas. Primero debía utilizar alguna idea base sugerida (situaciones estructuradas y semiestructuradas) para después plantear situaciones con total libertad (situaciones libres). Sin embargo, en todas las sesiones, las ecuaciones presentaron porcentajes de planteamientos nulos, incorrectos o incompletos.

4.1. Sesión 1. Ecuación de la forma $Ax = B$

Las ecuaciones que se dieron al estudiante fueron $8x = 96$ (Ecuación 1) y $6x = 27$ (Ecuación 2). Para este tipo de ecuaciones se les sugirió a los estudiantes cuatro situaciones en las que podían basarse para generar el planteamiento de sus problemas: área de una figura geométrica (idea 1), valor unitario (idea 2), repartición (idea 3) y total de días de ahorro (idea 4). En la Figura 1, se pueden observar las frecuencias de los planteamientos de problemas de los estudiantes por categorías. Para la ecuación 1, se les solicitó que plantearan dos problemas diferentes (P1 y P2) y uno para la ecuación 2. Los estudiantes hicieron uso de todas las ideas sugeridas con diferentes porcentajes, sin embargo, es la idea de valor unitario la que predominó tanto en el problema P1 como en la ecuación 2, ya que como lo mencionaron los estudiantes durante las sesiones, les presentó mayor facilidad. Asimismo, es en el problema P2 cuando los alumnos generaron mayor variedad de ideas en contextos nuevos, como son: perímetro de una figura, total de días de pago y monto a pagar en días determinados. Es en este problema donde también existe un mayor porcentaje de ejercicios sin contestar (22 %) en comparación con los otros problemas, debido a que la situación fue de tipo libre.

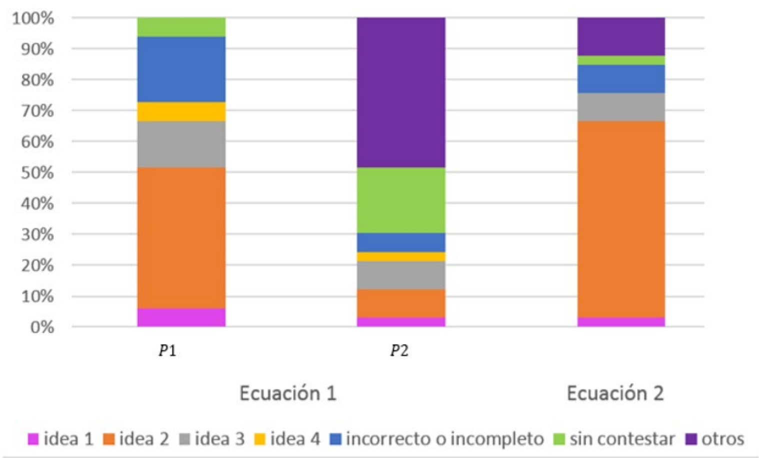
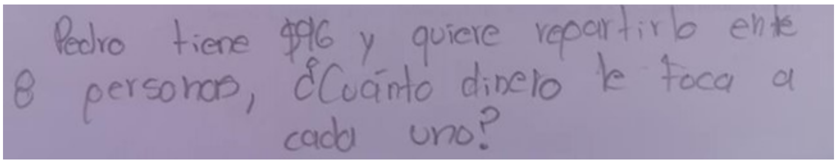
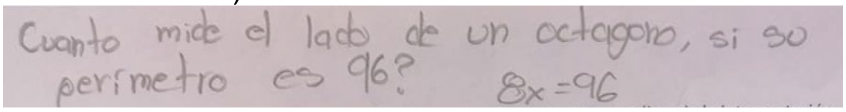


Figura 1. Planteamientos para ecuaciones de la forma $Ax = B$. P1) planteamientos con situaciones estructuradas o semi-estructuradas; P2) planteamientos con situaciones libres. Fuente: Elaboración propia

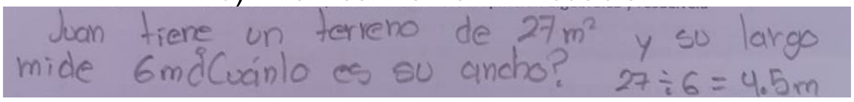
En esta sesión, solo cuatro estudiantes lograron presentar los 3 problemas planteados en contextos diferentes, cumpliendo así, el componente de fluidez y flexibilidad. Dichas dimensiones se consideran completas puesto que los estudiantes plantearon todos los ejercicios solicitados tomando ideas propuestas y creando categorías nuevas. Asimismo, la dimensión de originalidad se cumplió dado que los estudiantes analizaron de manera crítica durante la sesión oral el contexto nuevo propuesto, así como también incluyeron datos adicionales al problema como son el uso de personajes, escenarios o preguntas adicionales. De esta manera, los alumnos fueron catalogados con un pensamiento creativo ya que cumplieron con las tres dimensiones de creatividad. El resto de la clase solo mostró el desarrollo de dos dimensiones, esto al no lograr un cambio de contexto al problema o no construirlo correctamente. En la Figura 2 se muestran los problemas planteados por uno de ellos. El inciso a) corresponde a una situación estructurada, basado en una idea sugerida por el facilitador. Los incisos b) y c) son problemas de categorías nuevas del tipo libre.



a) Planteamiento P1 Ecuación 1



b) Planteamiento P2 Ecuación 1



c) Planteamiento Ecuación 2

Figura 2. Planteamientos de un alumno para las ecuaciones de la forma $Ax = B$.
Fuente: Elaboración propia

4.2. Sesión 2. Ecuación de la forma $Ax + B = C$

En la segunda sesión se abordaron las ecuaciones $2x - 7 = -15$ (Ecuación 1) y $x + (x + 6) = 28$ (Ecuación 2). Se hace notar al lector que estas ecuaciones involucran la solución con números enteros negativos y positivos, respectivamente. Asimismo, la estructura sintáctica que tienen permite manipularlas de acuerdo con las habilidades de cada estudiante, a pesar de tener la misma estructura base.

Para la ecuación 1 se sugirieron las siguientes situaciones: deuda o pérdida de dinero (idea 1), número de productos defectuosos (idea 2) y descender tantos metros de profundidad en el sentido de interpretar resultados negativos (idea 3). Para la ecuación 2, se presentaron ideas respecto a: relación entre edades de dos personas (idea 1), suma de números cualquiera (idea 2), agrupar cantidades (idea 3), o área de un terreno (idea 4) para el caso de solución positiva.

En la Figura 3 se puede observar el porcentaje de los diferentes planteamientos realizados por los estudiantes. Evidentemente, las ecuaciones resultaron difíciles para plantear un problema, generando que estuvieran incompletos e incorrectos o bien, omitiendo contestar. Sin embargo, se resalta que la ecuación 1 presentó aun mayor complejidad al interpretar un número negativo. Es así como únicamente en la ecuación 2 se presentaron categorías y contextos nuevos a los sugeridos: comparación de dinero y multa.

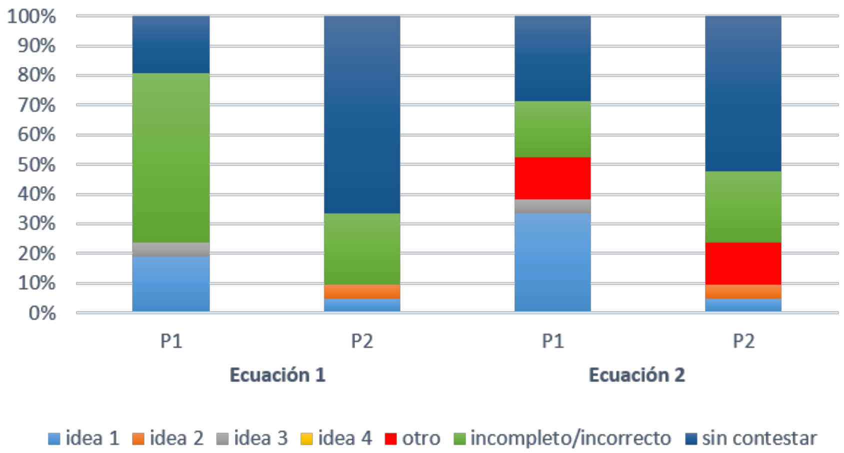
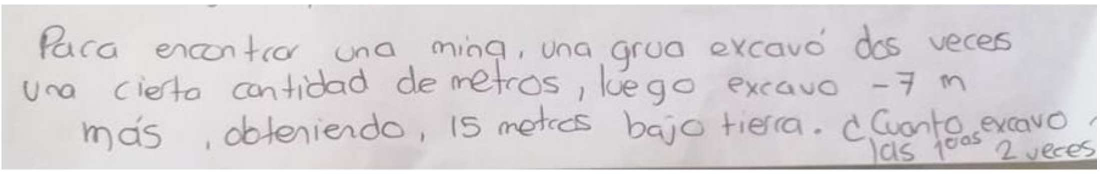


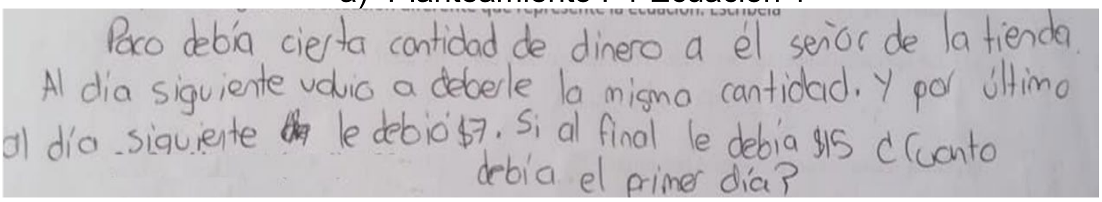
Figura 3. Planteamientos para ecuaciones de la forma $Ax + B = C$. P1) son planteamientos con ideas estructuradas y semiestructuradas y P2 son situaciones libres
Fuente: Elaboración propia

De estos resultados, solo un alumno pudo plantear los 4 problemas diferentes correctamente, dos alumnos pudieron plantear 3 problemas, seis alumnos plantearon 2 y una alumna solo 1 problema, y el resto presentaron planteamientos nulos o incorrectos.

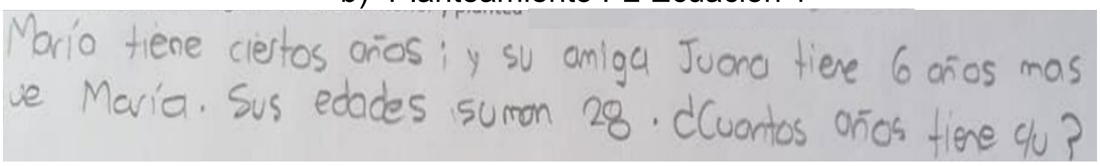
En la Figura 4 se muestran los cuatro planteamientos (fluidez) del único estudiante que cumplió con las cuatro categorías distintas (flexibilidad). Los incisos a) y c) fueron situaciones estructuradas o semiestructuradas y el b) y d) totalmente nuevas. Para el análisis de la originalidad, se considera que el alumno incluye personajes al contexto del problema, así como genera preguntas más allá del solo valor de la incógnita. De esta manera el estudiante se considera creativo, pues cumple con las dimensiones correspondientes de flexibilidad, fluidez y originalidad. Este estudiante no es el mismo de los planteamientos de la sesión 1 descritos en la Figura 2.


Para encontrar una mina, una grua excavó dos veces una cierta cantidad de metros, luego excavo -7 m más, obteniendo, 15 metros bajo tierra. ¿Cuanto excavo las 1eras 2 veces

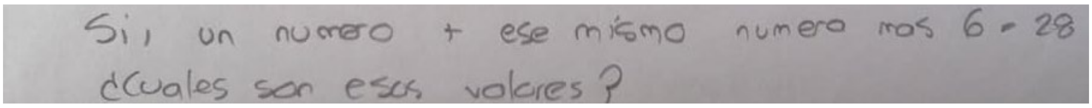
a) Planteamiento P1 Ecuación 1


Paco debía cierta cantidad de dinero a él señor de la tienda Al día siguiente volvio a deberle la misma cantidad. Y por último al día siguiente le debió \$7. Si al final le debía \$15 ¿Cuanto debía el primer día?

b) Planteamiento P2 Ecuación 1


María tiene ciertos años; y su amiga Juana tiene 6 años mas ue María. Sus edades suman 28. ¿Cuantos años tiene qu?

c) Planteamiento P1 Ecuación 2



d) Planteamiento P2 Ecuación 2

Figura 4. Ejemplos de Planteamiento de problemas de un alumno para ecuaciones de la forma $Ax + B = C$
Fuente: Elaboración propia

4.3. Sesión 3. Ecuación de la forma $Ax + B = C$

Las ecuaciones presentadas en esta sesión fueron de estructura similar a la anterior, solo que, de estructura sintáctica diferente nuevamente, con el fin de que el alumno pudiera manipular y transformar las ecuaciones y realizar un planteamiento distinto a las ideas sugeridas. Las ecuaciones planteadas fueron $15(y + 4) = 111$ y $84 - 6x = 54$, que presentan soluciones con números positivos tanto decimales como enteros. Están numeradas como 1 y 2, respectivamente.

Los resultados se presentan en la Figura 5. Los estudiantes mostraron dificultad en el planteamiento de problemas bajo esta estructura, pero no en la resolución algebraica de estos. Las situaciones sugeridas a los estudiantes para la ecuación 1 consistían en: ahorro por quincena (idea 1), superficie de un terreno (idea 2) y valor unitario de un producto (idea 3). Para la ecuación 2 la situación fue totalmente abierta, es por ello que, se puede notar una mayor habilidad para plantear un problema con un contexto diferente. Solo cuatro alumnos mostraron la construcción de los 2 problemas solicitados, donde tres de ellos consideraron la misma idea para ambos, y solo uno de ellos fue quien los planteó bajo condiciones distintas.

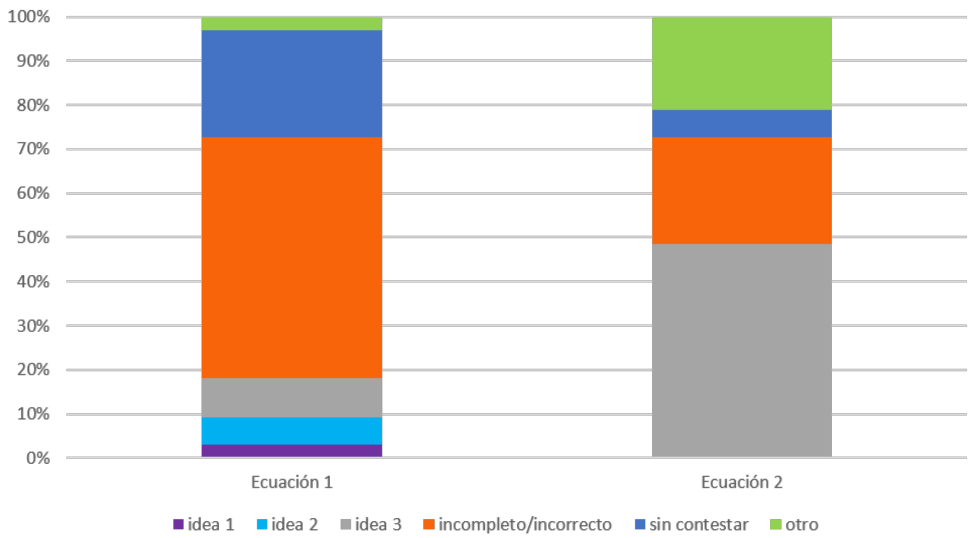
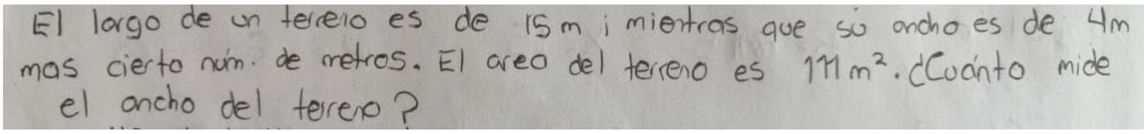


Figura 5. Planteamientos para ecuaciones de la forma $Ax + B = C$.
Fuente: Elaboración propia

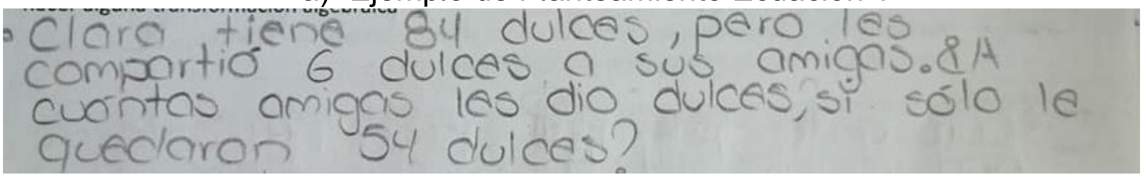
La ecuación 1 presentó una mayor dificultad de interpretación para lograr plantear un problema correctamente. Ningún estudiante realizó alguna manipulación algebraica para transformarla. Sin embargo, al menos un alumno logró crear un problema de estructura libre respecto a ganancia. Para la ecuación 2, se presentaron tres problemas nuevos: pérdida, descuento y repartición.

Se muestra en la Figura 6 ejemplos de dos planteamientos realizados por alumnos distintos, los cuales son de categorías diferentes: a) de cálculo de una superficie y b) de repartición. Se hace notar que el primer planteamiento fue con base en una situación estructurada, mientras que el segundo fue una situación libre.

Así, el estudiante que realiza el planteamiento a) se considera creativo, porque además de construir los dos problemas solicitados, lo hace en diferentes categorías, lo que lleva a completar la fluidez y flexibilidad, respectivamente. Con respecto a la originalidad, además, dichos problemas fueron creados con preguntas adicionales, resaltando también la reestructuración del contexto de repartición, donde en la ecuación $Ax = B$ presentaba una idea diferente. El alumno que realiza el planteamiento b) solo fue capaz de cumplir la dimensión de originalidad, porque fue el único problema que construyó.


El largo de un terreno es de 15 m ; mientras que sú ancho es de 4m mas cierto núm. de metros. El area del terreno es 111 m^2. ¿Cuánto mide el ancho del terreno?

a) Ejemplo de Planteamiento Ecuación 1


Clara tiene 84 dulces, pero les compartió 6 dulces a sus amigas. ¿A cuántas amigas les dio dulces, si sólo le quedaron 54 dulces?

b) Planteamiento P2 Ecuación 1

Figura 6. Planteamiento de problemas de ecuaciones de la forma $Ax + B = C$
Fuente: Elaboración propia

4.4. Sesión 4. Ecuación de la forma $Ax + B = Cx + D$

Las ecuaciones que se trabajaron en esta sesión fueron $z + 14 = 2z + 10$ y $10x + 6 = 2x - 2$, identificadas como ecuación 1 y 2, respectivamente.

Ante estas ecuaciones se les sugirió a los estudiantes las siguientes ideas para plantear sus problemas: Igualdad de dinero entre dos personas (idea 1) y relación entre áreas de figuras geométricas (idea 2). Se puede observar en la Figura 7 que este tipo de ecuaciones presentó mayor índice de problemas sin contestar. Los alumnos mostraron dificultades para interpretar una relación de igualdad donde la variable está en ambos miembros. Inclusive los alumnos que realizaron el intento de planteamiento no lograron completarlo por la noción de comparación. Solo una estudiante pudo plantear 3 problemas diferentes, mientras que cinco alumnos más plantearon entre uno y dos problemas. Los demás omitieron o fallaron al contestar.

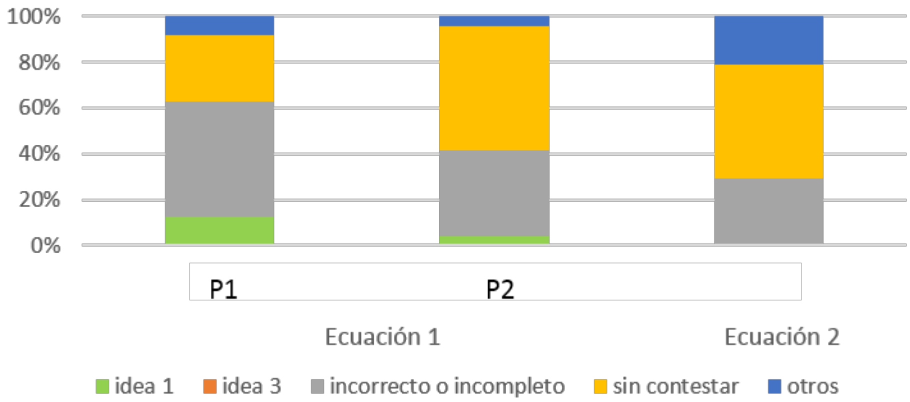
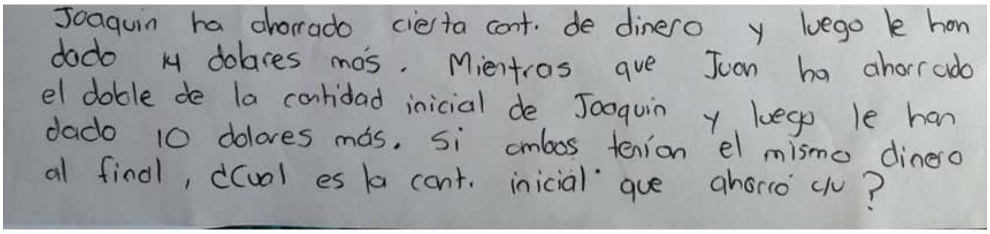
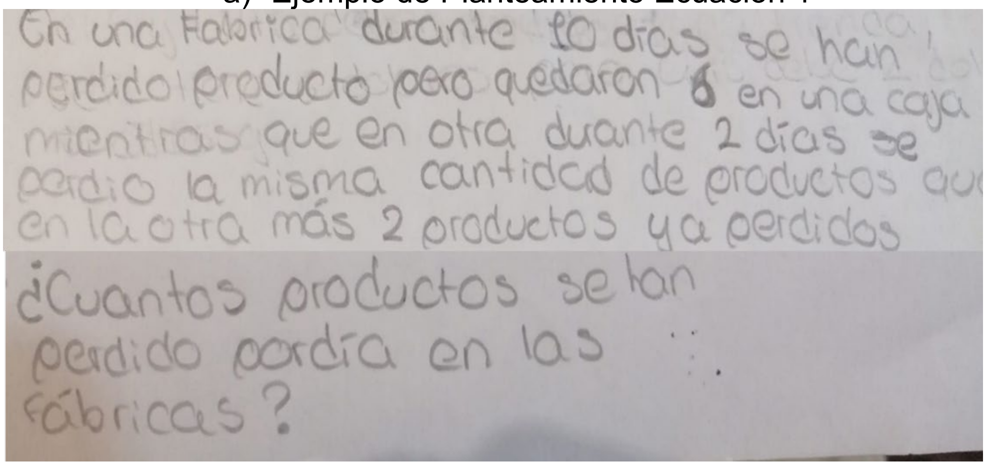


Figura 7. Planteamientos para ecuaciones de la forma $Ax + B = Cx + D$.
Fuente: Elaboración propia

Se muestran ejemplos de planteamientos de problemas para las ecuaciones correspondientes en la Figura 8, los cuales son situaciones semiestructuradas. El planteamiento a) que corresponde a la primera ecuación lo realiza un alumno que en la sesión 2 fue considerado de alto nivel de creatividad, y que en esta sesión no completa la dimensión de fluidez, pues faltó que terminara los problemas, creando solamente dos. Mientras que la alumna del planteamiento b) presenta un nivel alto en las tres dimensiones: fluidez, flexibilidad y originalidad, pues logra construir problemas muy completos en diferentes categorías y generando preguntas adicionales. Es importante mencionar que esta estudiante no logró el nivel de pensamiento creativo en las sesiones anteriores porque falló en el planteamiento de alguno de los problemas solicitados.


Joaquin ha ahorrado cierta cant. de dinero y luego le han dado 14 dolares más. Mientras que Juan ha ahorrado el doble de la cantidad inicial de Joaquin y luego le han dado 10 dolares más, si ambos tenían el mismo dinero al final, ¿Cual es la cant. inicial que ahorró c/u?

a) Ejemplo de Planteamiento Ecuación 1


En una Fabrica durante 10 días se han perdido producto pero quedaron 6 en una caja mientras que en otra durante 2 días se perdio la misma cantidad de productos que en la otra más 2 productos ya perdidos
¿Cuantos productos se han perdido pordía en las fábricas?

b) Ejemplo de Planteamiento Ecuación 2

Figura 8. Planteamientos de problemas de ecuaciones de la forma $Ax + B = Cx + D$.
Fuente: Elaboración propia

En síntesis, los resultados generales obtenidos en este trabajo son, con respecto a la fluidez, que al menos cada estudiante pudo plantear entre 1 y 2 problemas correctamente; con respecto a la flexibilidad, el grupo mostró en promedio uso y creación de 7 categorías o contextos de problemas, mientras que con respecto a la originalidad se pudieron distinguir al menos 3 problemas novedosos, al involucrar una categoría diferente a la sugerida, así como agregando detalles adicionales específicos. Estos resultados coinciden con los obtenidos por Bonotto (2013), que en su estudió de planteamiento de problemas para la compresión de números decimales en dos instituciones obtuvo, con respecto a la fluidez, que cada estudiante en la escuela uno inventó 2 problemas en promedio, mientras que en la segunda inventó 3. Con respecto a la flexibilidad, los problemas creados por las clases de la primera escuela se dividieron en 11 categorías, y los de la segunda escuela en 16 categorías, y al evaluar la originalidad, observó que se crearon 3 problemas originales en la primera escuela y 10 en la segunda. En ambos estudios se observa que hubo un aumento significativo en el número de propuestas de problemas en cada categoría.

Además, se observa que al menos en cada tipo de ecuación hay un alumno con alto nivel de creatividad que genera al menos una categoría más, mientras que el resto del grupo presenta al menos dos de las tres dimensiones. Esto se establece dado que, gran parte de los errores se debe a que los alumnos no están familiarizados con el tema de *crear sus problemas*, así como de realizar la interpretación y preguntas adecuadas. Se puede concluir que 7 estudiantes lograron demostrar un pensamiento creativo en al menos una sesión.

Por último, se hace notar, que el rendimiento académico también se considera un factor importante a la hora de plantear problemas, puesto que la mayor parte de alumnos que presentan altos niveles de creatividad son alumnos que muestran resultados favorables en clases de matemáticas.

5. Conclusiones

Con base en los resultados del estudio, se puede concluir que la creatividad de los estudiantes al plantear un problema depende de su experiencia en el aprendizaje de las matemáticas, sus habilidades y razonamiento, así como de su conocimiento del tema. Algunos se guían primero por conocer la respuesta para así poder plantear correctamente la situación, que en cuyo caso resulta de mayor conveniencia, pues como se vio, habría que dar interpretación a números enteros o decimales, tanto positivos como negativos.

Por otro lado, se pudo identificar que las tres situaciones del planteamiento de problemas jugaron un rol importante. Para los alumnos que requerían de apoyo para plantear el problema, resultó ser un auxiliar, mientras que para otros establecer los detalles solicitados resultaba complicado. Además, se pudo identificar que las situaciones libres permitieron al alumno generar aun ideas novedosas y creativas que él debía razonar y argumentar. Este proceso se realizó durante las intervenciones grupales donde se observó una amplia participación estudiantil.

Como continuación del trabajo, se tiene contemplado realizar entrevistas semiestructuradas con aquellos estudiantes que mostraron una mayor creatividad en el planteamiento de problemas de ecuaciones lineales, con la finalidad de indagar con mayor profundidad acerca de las motivaciones que los impulsaron para plantear problemas creativos. Consideramos que por medio de esta actividad es posible también conocer los pormenores de los procesos y fallas realizados por los estudiantes. Así, como establece Ziegler y Kapur (2018), se puede identificar que la creatividad está asociada a errores y que es bueno conocerlos para reformular actividades e influir en la enseñanza y tener nuevos hallazgos.

Finalmente, se refuerza la idea de la gran aportación que tienen en los estudiantes las tareas de planteamiento de problemas, pues se logra desarrollar la creatividad, imaginación y razonamiento lógico y crítico. En este sentido, nuestros resultados coinciden con lo afirmado por Singer y Voica (2015), quienes concluyeron en su estudio que el planteamiento de problemas se ha convertido en una herramienta para identificar y desarrollar la creatividad matemática. De esta manera, creemos que es necesario seguir investigando esta línea e implementar los resultados en el aula.

Bibliografía

Alfiana, L., Pasadeta, C. M. M., & Irawati, Y. (2020). Improving Mathematical Creativity through Problem Posing Learning Model of Algebra in Junior High School. *In PRISMA, Prosiding Seminar Nasional Matematika, 3*, 285-289.

Ayllón, M. F., & Gómez, I. A. (2014). La invención de problemas como tarea Escolar. *Escuela Abierta: Revista de Investigación Educativa, 17*, 29–40.

Ayllón, M.F., Gómez, I.A., & Claver, J.B., (2016). Mathematical Thinking and Creativity through Mathematical Problem Posing and Solving. *Propósitos y Representaciones, 4(1*), 169-218.

Bell, A. (1996). Problem-Solving Approaches to Algebra: Two Aspects. In: Bednarz N., Kieran C., Lee L. (Eds.), *Approaches to Algebra. Perspectives for research and teaching* (pp. 167–185), Norwell, MA: Kluwer Academic.

Bonotto, C. (2013). Artifacts as sources for problem-posing activities. *Educational Studies in Mathematics, 83*(1), 37–55. https://doi.org/10.1007/s10649-012-9441-7

Bonotto, C., & Dal Salto, L. (2015). On the relationship between problem posing, problem solving, and creativity in the primary school. In F. M. Singer, N. F. Ellerton, & J. Cai (Eds.), *Mathematical Problem Posing. From research to effective practice*. (pp. 103-121), New York: Springer Science + Business Media.

Cañadas, M. C., Molina, M., & del Río, A. (2018). Meanings given to algebraic symbolism in problem-posing. *Educational Studies in Mathematics, 98*(1), 19–37. https://doi.org/10.1007/s10649-017-9797-9

Diantari, M. (2017). Efektivitas Model Pembelajaran Problem Posing dan Mind Mapping Ditinjau dari Keterampilan Berpikir Kreatif Siswa pada Materi Sistem Persamaan Linear Dua Variabel. *(Skripsi)*. Universitas Nusantara PGRI Kediri.

Espinoza G., J., Lupiáñez G., J. L., & Segovia A., I. (2015). La invención de problemas y sus ámbitos de investigación en educación matemática. *Revista Digital: Matemática, Educación e Internet*, *14*(2), 1-12. https ://doi.org/10.18845/rdmei.v14i2.1664

Espinoza, J., Lupiáñez, J. L., & Segovia, I. (2016). La invención de problemas aritméticos por estudiantes con talento matemático. *Electronic journal of research in educational psychology*, *14*(2), 368-392.

Fernández, E., & Molina, M. (2017). Secondary Students' Implicit Conceptual Knowledge of Algebraic Symbolism. An Exploratory Study through Problem Posing, *IEJME - Mathematics Education, 12*(9), 799–826.

Filloy, E. (1999). *Aspectos teóricos del álgebra educativa.* México: Grupo Editorial Iberoamérica.

Hernández, R., Fernández, C., & Baptista, P. (2010). *Metodología de la investigación* (5ta ed). México D.F.: McGraw-Hill.

Meel, D. E. (2003). Modelos y teorías de la comprensión matemática: Comparación de los modelos de Pirie y Kieren sobre el crecimiento de la comprensión matemática y la Teoría APOE. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, RELIME*, *6*(3), 221-278.

Nurasih, S. (2017). Penerapan Model Pembelajaran Problem Posing Tipe Pre Solution Posing untuk Meningkatkan Kemampuan Pemecahan Masalah Matematis Siswa SMPN 1 Prambon Kelas VIII pada Pokok Bahasan Operasi Aljabar. *(Skripsi).* Universitas Nusantara PGRI Kediri. Kediri

Pirie, S., Kieren, T. (1994). Growth in mathematical understanding: How can we characterise it and how can we represent it*?. Educational Studies in Mathematics. 26*, 165–190. https://doi.org/10.1007/BF01273662

Polya, G. (1965). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Trillas.

Shriki, A. (2013). A model for assessing the development of students' creativity in the context of problem posing. *Creative Education*, *4*(07), 430-439.

Santos, L. M. (1997). *Principios y métodos de la resolución de problemas en el aprendizaje de las matemáticas*. Mexico: Grupo Editorial Iberoamérica.

Silver, E. A. (1997). Fostering creativity through instruction rich in mathematical problem solving and problem posing. *ZDM-International Journal on Mathematics Education*, *29*(3), 75-80.

Singer, F. M., & Voica, C. (2015). Is problem posing a tool for identifying and developing mathematical creativity?. In F. M. Singer, N. F. Ellerton, & J. Cai (Eds.), *Mathematical Problem Posing. From research to effective practice*. (pp. 103-121), New York: Springer Science + Business Media.

Siswono, T. Y. E. (2010). Levelling students' creative thinking in solving and posing mathematical problem. *Journal on Mathematics Education, 1*(1), 17-40.

Siswono, T. Y. E. (2011). Level of student's creative thinking in classroom mathematics. *Educational Research and Review, 6* (7), 548-553.

Star, J. R., & Rittle-Johnson, B. (2008). Flexibility in problem solving: The case of equation solving. *Learning and Instruction, 18*(6), 565–579.

Stoyanova, E. N. (1997). *Extending and exploring students' problem solving via problem posing*. (Tesis doctoral). Recuperado de https://ro.ecu.edu.au/

Ursini, S., Escareño, F., Montes, D., & Trigueros, M. (2005). *Enseñanza del Álgebra elemental. Una propuesta alternativa*. México: Trillas.

Van Harpen, X. Y., & Presmeg, N. C. (2013). An investigation of relationships between students' mathematical problem-posing abilities and their mathematical content knowledge. *Educational Studies in Mathematics*, 83(1), 117-132.

Ziegler, E., & Kapur, M. (2018). The interplay of creativity, failure and learning in generating algebra problems. *Thinking, Skills and Creativity*, *30* ,64-75.

Leticia Sánchez González. Docente de matemáticas en sección secundaria y bachillerato. Licenciada en Matemáticas Aplicadas por Universidad Autónoma de Tlaxcala. Estudiante de Maestría en Educación Matemática de la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla. letysg2010@gmail.com
0000-0002-4386-8913

Estela de Lourdes Juárez Ruiz. Doctora en Matemáticas, trabaja en la Facultad de Ciencias de la Electrónica de la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, México. Se dedica a realizar investigación en Educación Matemática. Sus proyectos actuales son sobre creatividad, habilidades espaciales, representaciones y resolución de problemas. estela.juarez@correo.buap.mx
0000-0002-2857-0772

José Antonio Juárez López. Doctor en Ciencias, especialidad en Matemática Educativa, trabaja en la Facultad de Ciencias Físico Matemáticas de la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, México. Realiza investigación y docencia en Educación Matemática. Sus proyectos actuales se relacionan con el diseño de tareas matemáticas auténticas y la comprensión textual de problemas matemáticos. jajul@fcfm.buap.mx
0000-0003-2501-943X