UNIÓN
REVISTA IBEROAMERICANA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA

ISSN: 1815-0640
Año XVI - Número 60. Diciembre 2020
Páginas 281-288

http://www.fisem.org/www/index.php
https://union.fespm.es/index.php/UNION

Dos propuestas matemágicas para estudiantes de educación primaria y secundaria

David Almorza

Fecha de recepción: 03/05/2020
Fecha de aceptación: 30/11/2020

Resumen	La matemagia se ha introducido en la docencia de las matemáticas a distintos niveles educativos. Las experiencias en este sentido se han visto multiplicadas y siempre con éxito. En ocasiones son necesarias nuevas herramientas que aporten alguna variedad. En este artículo se presentan dos juegos de magia con cartas explicados con detalle que pueden servir para completar los utilizados habitualmente en la docencia. **Palabras clave**: Matemáticas; magia; innovación educativa; enseñanza.
Abstract	Mathmagics has been introduced in the teaching of mathematics at different educational levels. Experiences in this sense have been multiplied and always successfully. Sometimes new tools that provide are variety are necessary. In this paper are presented two magic cards games explained in detail that can be useful to complete those habitually used in teaching. **Keywords**: Mathematics; magic; innovative education; teaching.
Resumo	A matemagia foi introduzida no ensino da matemática em diferentes níveis educacionais. As experiências nesse sentido tem sido multiplicadas e sempre com êxito. Em algumas ocasiões são necessárias novas ferramentas que oferecem alguma variedade. Neste artigo se apresentam dois jogos, de magia com cartas, explicados em detalhes que podem servir para completar aqueles utilizados, habitualmente, no ensino. **Palavras-chave:** Matemática; magia; cartas; inovação educacional; ensino.

1. Introducción

La matemagia se ha ido introduciendo como una herramienta útil en la enseñanza de las matemáticas. Arribas, Galán, González y Luque (2019) exponen su experiencia que comenzó con algunos trucos numéricos al principio del bloque de algebra, en diferentes cursos en el Instituto de Enseñanza Secundaria (IES) Averroes (Córdoba, España). También González-Puelles y Fragueiro (2018) presentan su experiencia con una batería de juegos matemáticos enfocados a estudiantes de educación primaria.

Fernández y Lahiguera (2015) realizan un trabajo con un total de 555 estudiantes de segundo ciclo de educación primaria, es decir, tercer y cuarto cursos, con la característica común de pertenecer todos a un entorno rural. Entre sus conclusiones destaca que “combinando el juego, la diversión y la ilusión con los contenidos matemáticos, se logra captar la atención de los estudiantes y se consigue que quieran aprender" (Fernández y Lahiguera, 2015, p. 50).

Pastor y de la Torre (2014) presentan tres talleres específicos, uno para estudiantes de primer ciclo, otro para segundo y otro más para tercer ciclo de educación primaria, en un tipo de aprendizaje que denominan "Aprender por Arte de Magia", para la docencia de las matemáticas. En cuanto a sus conclusiones sobre este apoyo de la matemagia indican que "hace que el alumno esté más motivado, sea más creativo, tenga mayor inquietud por aprender y, lo más importante, hace que el alumno sea más feliz aprendiendo y su aprendizaje sea más productivo y eficaz" (Pastor y de la Torre, 2014, p. 29).

El profesor Juan Sebastián Barrero Romero obtuvo, en el año 2014, el prestigioso premio Francisco Giner de los Ríos convocado por el Ministerio de Educación y Formación Profesional del Gobierno de España, por su trabajo titulado "Matemagia", en el que desarrolla una experiencia en este sentido en el IES Saavedra Fajardo (Murcia, España), tal como recoge Montesinos (2014).

En la enseñanza secundaria obligatoria, a partir del tercer curso, Font y Royo (2016) crean un club de matemáticas en el Instituto Montilivi (Gerona, España) en el que la matemagia cuenta con un bloque temático específico. También para estudiantes de educación secundaria, Vinuesa (2016) analiza ejemplos de aplicación de polinomios y sucesiones a situaciones reales relacionadas con la seguridad. Koirala (2005) aplica la matemagia para el conocimiento algebraico en los últimos cursos académicos previos a la Universidad. Pero las aplicaciones no se restringen a la docencia de las matemáticas, es el caso de Aguado (2017), que aplica ideas de la matemagia en la enseñanza de la economía.

En un artículo sobre Martin Gardner, que fue quien empezó a utilizar el término matemagia, Alegría (2011) recoge una de las reflexiones de Gardner: "El mejor método para mantener despierto a un estudiante es seguramente proponerle un juego matemático intrigante, un pasatiempo, un truco mágico, una chanza, una paradoja, un trabalenguas o cualquiera de esas mil cosas que los profesores aburridos suelen rehuir porque piensan que son frivolidades" (Alegría, 2011, p. 27).

Y es cierto que el mismo método matemágico de docencia puede aplicarse no solo a otras disciplinas con cierta relación, sino también a diferentes niveles de estudio dentro de las matemáticas. Lo que necesita el docente es disponer, además del entusiasmo, las ganas y la dedicación y tiempo que se requiere, de las herramientas adecuadas y eso, a ciertos niveles, quizás no sea tan sencillo de obtener.

Además de los juegos matemáticos que se presentan en las experiencias anteriores, Muñoz (2013) explica y desarrolla juegos con cartas numeradas desde el 1 hasta el 9, con el objetivo de ser experimentados por estudiantes de educación primaria, aunque, como él mismo indica, "el interés se puede provocar en el alumnado de cualquier nivel" (Muñoz, 2013, p. 62).

Alegría y Ruiz (2002), por otra parte, ofrecen una batería de herramientas que son de especial interés para emplearlas en niveles educativos superiores. Este tipo de herramientas escasean, y hay que recurrir a trabajos más especializados y específicos que expliquen y desarrollen un juego para que luego pueda ser trasladado a las aulas. Es el caso, por ejemplo, de Alegría (2012), Vinuesa (2011a) o en Vinuesa (2011b).

En este punto es donde incluimos estas dos aportaciones, que consisten en la presentación y descripción detallada de dos juegos de los llamados automáticos o matemáticos, para que pueda ser utilizado por el profesorado responsable a las aulas que estime conveniente. Como decía Gardner, un juego matemático intrigante que mantenga la atención y el interés para al final aprender "por arte de magia" (Pastor y de la Torre, 2014, p. 24).

Los juegos que a continuación se presentan los integré en el año 2016 en un taller titulado "Matemáticas, magia y fútbol", que impartí en la Universidad de Cádiz (España) dentro de las actividades del campus de fútbol. Asistieron sesenta participantes que se dividieron en dos grupos. El primer grupo de edades comprendidas entre los seis y los diez años, y el segundo grupo entre los once y los catorce años. Fue solo en el segundo grupo donde se desarrolló esta actividad.

2. Localización de los cuatro ases

En este juego de magia, un juego matemático, el mago encontrará los cuatro ases con la ayuda del espectador. Se requiere de una baraja de cartas (que sea española o francesa es indiferente) y no tiene ninguna dificultad.

Es necesario realizar una preparación previa de la baraja, tal como se explicará a continuación, pero a partir de esa preparación el juego se desarrolla solo. Se trata de un juego muy visual y que seguro atraerá la atención del alumnado. Con otra puesta en escena, este juego aparece en Muñoz (2010).

2.1. Descripción del juego

El mago pide al espectador que diga un número entre el 10 y el 20 y deposita sobre la mesa una a una, tantas cartas como indique el número. Se genera así un nuevo mazo de cartas que se coge en la mano y es el que se usa a continuación. Ahora se pide al espectador que sume las cifras del número indicado y, a partir del nuevo mazo de cartas que se tiene en la mano, se vuelven a contar las cartas de una en una. La última del conteo se deja aparte boca abajo. El mazo que se tiene en la mano se coloca encima de las cartas que hemos depositado sobre la mesa en el conteo y a continuación todas las cartas juntas se colocan encima del mazo original.

El mismo proceso se repite dos veces más, y eso permitirá tener tres cartas boca abajo en la mesa. Ahora se levanta la primera carta el mazo y resultará ser una carta con el número 9, eso indica que hay que contar nueve cartas más a partir de ella, y a la novena carta se le da la vuelta resultando ser un As. El efecto final consiste en voltear las tres cartas que quedaron sobre la mesa y que son, precisamente, los otros tres Ases.

2.2. ¿Qué aprenderemos con este juego?

Se presenta una propiedad que tienen los números naturales de dos cifras: si a un número natural de dos cifras se le resta la suma de sus cifras, repitiendo esta operación hasta que el resultado final sea un número natural de una sola cifra, el resultado final será siempre el número 9.

2.3. Explicación del juego

Como se ha indicado al principio, se trata de juego automático y solo se precisa de una preparación inicial de la baraja. Es necesario tener los cuatro Ases, una carta que sea un 9 (da igual el palo, un 9 de corazones es llamativo en una baraja francesa, por ejemplo, pero puede ser de cualquier otro palo), y luego ocho cartas más que son indiferentes. En este orden se colocan en la parte de arriba de la baraja, en lo que los magos llaman top.

Entonces la baraja se vería normal, con todas las cartas boca abajo, pero nosotros sabemos que las ocho primeras cartas son indiferentes, después vendrá la carta con el número 9 y le seguirán los cuatro Ases. En total, las trece primeras cartas están ordenadas como conviene. No necesita más preparación y el juego saldrá cumpliendo las indicaciones.

2.4. Justificación del juego

Ya sabemos cómo va el juego y que funcionará siempre, pero por qué ocurre esto. Esta parte puede ser interesante para el alumnado y sería como una continuación de la explicación del juego. Ahora falta por descubrirlo, por descubrir la justificación.

Cuando se le pide al espectador que elija un número entre el 10 y el 20 (hay que tener en cuenta que si elige el número 20 el procedimiento cambia y debe tener una fase más). Al elegir un número entre 10 y 20 y luego restarle la suma de las cifras y contarlas de modo inverso, lo que se hace en realidad es eliminar siempre nueve cartas. La Tabla 1 puede resultar explicativa:

$$10 - (1 + 0) = 10 - 1 = 9$$

$$11 - (1 + 1) = 11 - 2 = 9$$

$$12 - (1 + 2) = 12 - 3 = 9$$

$$13 - (1 + 3) = 13 - 4 = 9$$

$$14 - (1 + 4) = 14 - 5 = 9$$

$$15 - (1 + 5) = 15 - 6 = 9$$

$$16 - (1 + 6) = 16 - 7 = 9$$

$$17 - (1 + 7) = 17 - 8 = 9$$

$$18 - (1 + 8) = 18 - 9 = 9$$

$$19 - (1 + 9) = 19 - 10 = 9$$

Tabla 1. Siempre se eliminan nueve cartas

Si el espectador elige el número 20, habría que hacer una segunda operación ya que $20 - (2 + 0) = 20 - 2 = 18$, y debe decir que como tenemos de nuevo un número de dos cifras, habría que restar la suma de ambas otra vez, y así: $18 - (1 + 8) = 18 -$

9 = 9. Como no importa el número que se elija, el espectador puede repetir el mismo número, incluso las tres veces. Por tanto, siempre se eliminan las nueve primeras cartas y van quedando los Ases a continuación. Esto ocurrirá las tres primeras veces, y se habrán retirado de esta manera los tres primeros Ases.

Con las nueve primeras cartas, al ir contando de una en una, tras el conteo inicial la carta que está en novena posición (precisamente el 9) pasa a estar en primera posición. Tras el segundo conteo, vuelve a estar en novena posición y así cuando acaba el tercer conteo, esta carta será la primera sobre la baraja. De esta forma, entre ese 9 y el último as, quedan exactamente ocho cartas y la novena será el As buscado.

2.5. Variaciones sobre el juego

Si el juego se ha entendido incluyendo su justificación, se puede preguntar sobre algunas variaciones de este. De esta forma el alumnado entenderá que se puede ir un poco más allá y descubrir que también pueden inventar un nuevo juego. A continuación, se proponen dos preguntas que pueden servir para hacer pensar.

2.5.1. ¿Podría decir el espectador un número entre el 20 y el 30?

Efectivamente puede ocurrir, pero en este caso habría que realizar la misma operación adicional que se mostró para el número 20 (18 – (1 + 8) = 18 – 9 = 9). La Tabla 2 es una adaptación de la Tabla 1 a esta situación.

$$20 - (2 + 0) = 20 - 2 = 18$$

$$21 - (2 + 1) = 21 - 3 = 18$$

$$22 - (2 + 2) = 22 - 4 = 18$$

$$23 - (2 + 3) = 23 - 5 = 18$$

$$24 - (2 + 4) = 24 - 6 = 18$$

$$25 - (2 + 5) = 25 - 7 = 18$$

$$26 - (2 + 6) = 26 - 8 = 18$$

$$27 - (2 + 7) = 27 - 9 = 18$$

$$28 - (2 + 8) = 28 - 10 = 18$$

$$29 - (2 + 9) = 29 - 11 = 18$$

Tabla 2. El resultado siempre es 18

Si el espectador hubiera elegido el número 30, habría que repetir la operación una vez más ya que 30 – (3 + 0) = 30 – 3 = 27, y decir que como tenemos de nuevo un número de dos cifras, habría que restar la suma de ambas otra vez, y así: 27 – (2 + 7) = 27 – 9 = 16, y una vez más 16 – (1 + 6) = 16 – 7 = 9. Con lo que siempre se reduce al número 9.

2.5.2. ¿Podría decir el espectador un número cualquiera hasta el 52?

Podría decirlo, pero el procedimiento sería más largo y quizás el espectador se aburra del juego y acaben marchándose todos. Pueden practicar con algún número y comprobar que siempre llegan al número 9 y que el proceso es más largo.

3. Adivinar una carta

En este juego de magia, también un juego matemático, el mago realizará una predicción sobre la carta que aparecerá. Se requiere de una baraja de cartas (española o francesa es indiferente) y no tiene ninguna dificultad. No es necesario realizar ninguna preparación previa y, antes de empezar el juego, se puede dar a mezclar las cartas al espectador.

3.1. Descripción del juego

El juego comienza dándole al espectador la baraja para que la mezcle. Cuando ha terminado, el mago abre la baraja sobre la mesa para mostrar al público que está bien mezclada y se la devuelve al espectador. En este momento el mago realiza su predicción y la anota en un papel.

Ahora se le pide al espectador que diga un número entre el 1 y el 10, y que ponga sobre la mesa, de una en una, tantas cartas del mazo como el número que haya dicho. La carta siguiente debe meterla hacia la mitad del mazo. El montón de la mesa vuelve a la parte superior de la baraja. Se le pregunta ahora al espectador por un número entre el 10 y el 20 y que repita la operación. El espectador vuelve a poner sobre la mesa, de una en una, tantas cartas como el número que dijo y la carta siguiente vuelve a perderla hacia la mitad del mazo. El montón de la mesa vuelve a la parte superior de la baraja.

Para finalizar se le pide al espectador que reste las dos cantidades que pensó y que repita el mismo procedimiento, pero en lugar de perder la carta siguiente hacia la mitad del mazo, que le dé la vuelta y la muestre al público. Esa carta coincidirá, mágicamente, con la que el mago había predicho.

3.2. ¿Qué aprenderemos con este juego?

A veces el alumnado no acaba de entender la abstracción de llamar a las variables con letras (x e y, por ejemplo), y esa situación en la que aquello que era un número de pronto es una letra, suele confundir. Este juego, a través de su explicación, puede ayudar a entender la idea y también a relajar la clase.

3.3. Explicación del juego

Lo único que tiene que hacer el mago en este juego es fijarse en la primera carta cuando haya abierto en la mesa la baraja ya mezclada por el espectador, la que va a quedar en la parte de arriba. El gesto de abrir la baraja se justifica para que el público vea que está bien mezclada. A continuación. le devuelve la baraja al espectador. Esa primera carta es la que tiene que anotar en su predicción, porque será la carta que al final muestre el espectador.

3.4. Justificación del juego

El espectador comienza diciendo el número pequeño (x) entre 1 y 10 ($1 \leq x \leq 10$). La primera carta, que es la que hay que controlar tras el procedimiento de conteo, al volver al montón original va a quedar en la posición x, es decir, tendrá por encima suya un total de x -1 cartas.

Cuando el espectador dice el número mayor (y) entre 11 y 20 ($11 \leq y \leq 20$), la carta que hay que controlar adelanta a las x -1 cartas que estaban encima suya, y quedarán por debajo de un total de $y - x$ cartas, y por eso se localizará en la posición $y - x + 1$, precisamente la siguiente carta después de haber realizado la resta entre los números.

3.5. Variaciones sobre el juego

A continuación, se proponen dos preguntas que se le pueden preguntar al alumnado y que servirán para hacerles pensar sobre el juego y comprenderlo.

3.5.1. ¿Por qué el espectador pone una carta en la mitad del mazo?

Se trata de una acción que no interviene para nada en el procedimiento matemático para adivinar la carta y que además pasa desapercibido durante el juego, sin embargo, es un movimiento que interesa hacerse. Puede ser cualquier otro. Como variaciones del juego se le puede decir al espectador que la ponga abajo del todo, o que la deje en un lugar aparte, o que la meta en el tercio superior, medio o inferior de la baraja, etc.

La razón es que hay que acostumbrar al espectador durante el juego a que lo que está realizando no concluye cuando acaba de contar tantas cartas como el número que ha dicho, sino que cuando ha terminado de contar todavía tiene que fijarse en la carta siguiente. Como esto lo hace dos veces en el juego, a la tercera vez que es cuando culmina el truco, lo hará como algo normal.

3.5.2. ¿Pueden utilizarse números mayores?

Los números escogidos pueden ser mayores y el resultado sería el mismo, pero quedaría todo más lento. Por ejemplo, se le puede pedir al espectador que elija un primer número entre 1 y 20 y el segundo entre 21 y 40. Por el mismo razonamiento que antes se podría adivinar la carta que vaya a salir.

4. Comentario final

Se trata de la experiencia que se realizó con el grupo de participantes del Campus de Fútbol de la Universidad de Cádiz (España). Las impresiones que aquí se exponen a modo de comentario final, se corresponden únicamente con este caso particular.

En cuanto al primer juego, cumplió con el objetivo de presentar una propiedad de los números naturales de dos cifras mientras realizaban operaciones sencillas de suma y resta. En el segundo juego, asociar las letras como incógnitas parece que afianzó conocimientos en la mayoría de los participantes y fue una novedad para algunos otros debido a las diferencias de edad y de conocimientos matemáticos que habían adquirido hasta ese momento en la escuela.

Ambos juegos pueden resultar de utilidad para el profesorado de enseñanzas primaria y secundaria para presentar o afianzar los contenidos relacionados en sus clases de matemáticas.

Bibliografía

Aguado, J.C. (2017). El uso de la magia como recurso docente: el taller de la magia de la economía. *Teaching and Learning Innovation Journal*, 1, 9 – 13.
Alegría, P. (2011). Magia y Matemáticas de la Mano de Martin. *Números – Revista Didáctica de las Matemáticas*, 76, 19 – 29.
Alegría, P. (2012). Entre la matemática y la magia: la leyenda de Josefo y la mezcla australiana. *Revista Eureka sobre Enseñanza y Divulgación de la Ciencia*, 9 (3), 410 - 421.
Alegría, P. & Ruiz, J.C. (2002). La Matemagia Desvelada. *Sigma*, 21, 145 – 174.
Arribas, F., Galán, M.C., González, J. & Luque, A. (2019). Matemagia en el aula. *Épsilon – Revista de Educación Matemática*, 101, 137 – 145.
Fernández, R. & Lahiguera, F.J. (2015). Matemagia y su influencia en la actitud hacia las matemáticas en la escuela rural. *Números – Revista Didáctica de las Matemáticas*, 89, 33 – 53.
Font, I. & Royo, P. (2016). Club de matemáticas en el instituto. *Uno Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 72, 60 – 66.
González-Puelles, I. y Fragueiro, M.S. (2018). Una experiencia de aula basada en los juegos de magia como herramienta pedagógica en educación primaria. *EA, Escuela Abierta*, 21, 77 – 93.
Koirala, H.P. (2005). The effect of math magic on the algebraic knowledge and skills of low-performing high school students. En H.L. Chick y J.L. Vicent (Eds.), *Proceedings of the Twenty Ninth Annual Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 209-216). Melbourne: University of Melbourne.
Montesinos, M.J. (2014). Utilizo trucos de magia para darle un aspecto lúdico a las matemáticas. *La Verdad.* Recuperado el 8 de mayo de 2020, de: https://www.laverdad.es/murcia/v/20140202/region/utilizo-trucos-magia-para-20140202.html
Muñoz, J. (2010). *Ernesto el aprendiz de matemago*. Madrid (España). Nívola, libros y ediciones.
Muñoz, J. (2013). Cartomagia del 1 al 9. *Números – Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 82, 55 – 63.
Pastor, C. y de la Torre, J.M. (2014). Magia y Matemáticas: más allá de los trucos. *Revista Pensamiento Matemático,* IV (2), 23 – 30.
Vinuesa, C. (2011a). Círculos Mágicos. *Matematicalia* 7 (4), 1 – 9.
Vinuesa, C. (2011b). Matemagia “básica”. *La Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española*, 14 (1), 133 – 147.
Vinuesa, C. (2016). Curvas Peligrosas. *La Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española*, 19 (1), 151 – 167.

Autor: David Almorza: Doctor en Ciencias Matemáticas. Universidad de Cádiz: Cadiz, Andalucía, ES. Junta de Andalucía Consejería de Medioambiente: Cádiz, ES
david.almorza@uca.es 0000-0002-2004-2799