REVISTA IBEROAMERICANA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA

ISSN: 1815-0640
Número 62. Agosto 2021
Páginas 1-20

https://union.fespm.es

# A Transposição Didática por meio do GeoGebra como suporte ao ensino de Geometria Analítica

**Renata Teófilo de Sousa, Italândia Ferreira de Azevedo, Francisco Régis Vieira Alves**

Fecha de recepción: 12/10/2020
Fecha de aceptación: 30/12/2020



| | |
|---|---|
| **Resumen** | Este trabajo presenta una relación entre la transposición didáctica y GeoGebra en la enseñanza de la Geometría Analítica, utilizando conceptos de la Teoría de Situaciones Didácticas (TSD), vinculados a la Ingeniería Didáctica (ED). El objetivo es presentar dos propuestas didácticas para la enseñanza de la Geometría Analítica, en la enseñanza de la intersección entre líneas y la ecuación de la circunferencia, utilizando el software GeoGebra en el teléfono celular. Para la elaboración de esta investigación, se utilizaron solo las dos primeras fases del ED (Análisis preliminar y análisis a priori).<br>**Palabras clave**: Geometría Analítica. Transposición Didáctica. GeoGebra. |
| **Abstract** | This work presents a relationship between didactic transposition and GeoGebra in the teaching of Analytical Geometry, using concepts from the Theory of Didactic Situations (TSD), linked to Didactic Engineering (ED). The objective is to present two didactic proposals for the teaching of Analytical Geometry, in the teaching of the intersection between lines and the equation of the circumference, using the GeoGebra software on the cell phone. For the elaboration of this research, we used only the first two phases of DE (Preliminary analysis and a priori analysis).<br>**Keywords**: Analytical Geometry. Didactic Transposition. GeoGebra. |
| **Resumo** | Este trabalho apresenta uma relação entre a transposição didática e o GeoGebra no ensino de Geometria Analítica, utilizando conceitos da Teoria das Situações Didáticas (TSD), articulados à Engenharia Didática (ED). O objetivo é apresentar duas propostas didáticas para o ensino de Geometria Analítica, no ensino de intersecção entre retas e equação da circunferência, com o uso do *software* GeoGebra no celular. Para a elaboração desta pesquisa utilizamos apenas as duas primeiras fases da ED (Análise preliminar e Análise *a priori*).<br>**Palavras-chave:** Geometria Analítica. Transposição Didática. GeoGebra. |

## 1. Introdução

A Geometria Analítica é uma área da Matemática que permite a resolução de problemas geométricos utilizando métodos algébricos. Seu estudo tem grande importância na solução de situações diversas, sendo aplicada na Física, Engenharia e servindo como base para áreas mais modernas, como: Geometria Discreta, Geometria Computacional, Geometria Diferencial e Geometria Algébrica.

O conteúdo de Geometria Analítica, geralmente, aparece nos livros didáticos do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) apenas no volume 3, o que corresponde ao conteúdo do 3º ano do Ensino Médio e este assunto, em muitas obras, aparece com uma abordagem mais técnica, com pouca contextualização, onde "observa-se a fragmentação do conteúdo em diversos tópicos e, assim, o desenvolvimento do conteúdo de Geometria Analítica é linear. Poucas vezes são retomados conceitos ou propriedades estudados anteriormente [...]" (Halberstadt, 2015, pp. 62). Ou seja, a abordagem dos livros aparece desvinculada dos tópicos que o estudante aprendeu em séries anteriores, o que pode ocasionar dificuldades na associação entre o conhecimento prévio do estudante acerca da Geometria e outros assuntos como equações e funções.

Halberstadt (2015) afirma ainda que uma possível dificuldade epistemológica acerca do aprendizado da Geometria Analítica deve-se ao fato de que esta tem caráter bidimensional, sendo necessário o conhecimento prévio tanto da Álgebra quanto da Geometria. Além desta, uma outra dificuldade encontrada é a compreensão geral do assunto, tendo em vista que seus conceitos e propriedades são abstratos. Portanto, entendemos que isto pode ser um entrave na aprendizagem do aluno, visto que as aulas correm o risco de se tornarem enfadonhas, causando desinteresse e, consequentemente prejudicando o desempenho do aluno.

A partir disso, percebemos que existe uma necessidade de adaptação do conhecimento para que este seja ensinado ao aluno de forma mais clara, possibilitando uma reflexão e trazendo uma contextualização para que este se familiarize e compreenda o assunto. Por isso, relacionamos neste trabalho o uso de recursos digitais como forma de promover estratégias de ensino e aprendizagem eficazes, possibilitando ao docente uma organização de situações didáticas por meio da tecnologia, proporcionando o desenvolvimento das habilidades dos alunos em Geometria Analítica.

Partindo dessa premissa, este trabalho une a transposição didática e o GeoGebra no ensino de Geometria Analítica, utilizando os conceitos da Teoria das Situações Didáticas (TSD) de Guy Brousseau, norteado por pressupostos da Engenharia Didática (ED). Segundo Camilo, Alves e Fontenele (2020) a composição destas situações didáticas, com uma envoltura dinâmica e consolidada proporciona à tríade do processo de ensino e aprendizagem, professor, aluno e saber, um contributo para o desenvolvimento do ensino da Matemática, sobretudo da Geometria.

O uso da Teoria das Situações Didáticas se deve ao fato de que ela fortalece a relação entre professor, aluno e saber, possibilitando o desenvolvimento da autogestão do estudante, por meio de um *milieu* pré-estabelecido intencionalmente pelo professor, para provocar o aluno, despertar sua curiosidade e motivá-lo a buscar o conhecimento de forma autônoma, tornando-o protagonista dentro do seu processo de aprendizagem. Já a Engenharia Didática demonstra um método que traz "a opção por uma perspectiva sistemática de preparação, de concepção, de planejamento, de modelização e, possivelmente, a execução e/ou replicação de sequências estruturadas de ensino" (Alves e Dias, 2019, pp. 2).

Este trabalho tem como objetivo apresentar duas propostas didáticas para o ensino de Geometria Analítica, mas especificamente no ensino de intersecção entre duas retas e equação da circunferência, com o uso do *software* GeoGebra a partir das dialéticas da Teoria das Situações Didáticas. Para assim, proporcionar ao estudante uma visualização mais ampla e dinâmica, por meio de uma atividade que transforma a abstração da Geometria Analítica em algo aplicado, permitindo-o interpretar os problemas e chegar a conclusões ao fazer os manuseios das construções no GeoGebra. Para isso usaremos a versão do GeoGebra para smartphone, por ser mais acessível aos alunos.

Para construir as propostas didáticas, buscamos questões da prova do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) e do Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB) que abordassem os tópicos de intersecção entre duas retas e equação da circunferência, sendo temas contidos dentro da área investigada.

Assim, este trabalho tem como alicerce as duas primeiras fases da Engenharia Didática (ED), Análises preliminares e Análise *a priori*, sendo ela uma metodologia de pesquisa e usada em muitos trabalhos na área da Educação Matemática.

## 2. Teoria das Situações Didáticas

A maneira como os estudantes compreendem os conteúdos escolares foi objeto de pesquisa ao longo dos anos. Grandes nomes dentro das teorias educacionais, como Vygotsky, Piaget, Wallon, Brousseau, entre outros, buscavam formas de compreender e aprimorar as técnicas de ensino e aprendizagem por meio da didática. Neste trabalho utilizamos como base a Teoria das Situações Didáticas, de Guy Brousseau, um dos pioneiros da Didática da Matemática Francesa.

A Teoria das Situações Didáticas (TSD) traz uma forma de compreendermos a relação existente entre aluno, professor e o saber, bem como o meio (*milieu*) em que a situação didática ocorre. Neste método, o trabalho realizado pelo aluno aproxima-se ao de um investigador/pesquisador, capaz de formular hipóteses, teorias e conceitos, ao passo que o professor fornece as situações favoráveis para que este, ao agir, transforme aquela informação em conhecimento para si mesmo.

Para criar o modelo da TSD, Brousseau elaborou o triângulo didático, que tem em seus vértices os pilares das relações entre professor, aluno e o saber. "As relações entre professor-saber, saber-aluno e professor-aluno são estabelecidas no triângulo, a partir de seus vértices, sendo estas assimétricas e conflituosas" (Santos e Alves, 2017, pp. 6), o que nos permite compreender que a TSD possibilita uma reflexão acerca das relações entre professor, aluno e o saber estabelecidas, visando um *milieu* formulado propositalmente pelo professor para instigar o aluno a buscar o conhecimento, à medida que este se adapta às situações propostas. A autonomia do aluno é desenvolvida nesse sentido, por meio da tomada de decisões, da reflexão, da organização de ideias e estratégias com base em seus conhecimentos prévios.

Segundo Teixeira e Passos (2013) a mediação (interação) entre professor e aluno é essencial para que a aprendizagem ocorra, ou seja, o professor enquanto mediador por suas atitudes vêm a provocar de forma intencional o aluno, incentivando a autonomia, o que por consequência ocasiona o seu desenvolvimento.

Brousseau (2008) argumenta que cada conhecimento está ligado, por meio da interação entre duas ou mais pessoas, a um tipo de situação e essas interações ocorrem por meio de um jogo, problema/desafio ou dispositivo com suas próprias regras de interação, onde o desenvolvimento da situação ocasiona a apreensão do conhecimento pelo aluno. O autor define que “uma ‘situação’ é um modelo de interação de um sujeito com um meio determinado” (Brousseau, 2008, pp. 20).

Neste caso, o termo “situações didáticas” remete aos modelos que descrevem as relações das atividades entre aluno, professor e o *milieu*. De forma ampla temos que “o termo ‘*milieu*’ indica o meio a-didático, um sistema antagonista, sem intenção didática explícita e exterior ao aluno, que pode abranger, dentre outros, situações-problema, jogos, os conhecimentos dos colegas e professor” (Pommer, 2008, pp. 5).

Para Brousseau (2008) o planejamento de uma situação didática requer fases em que o aluno, por si só, está diante do problema e o resolve sem a intervenção direta do professor. Neste caso, temos o que ele chama de situação adidática, em que o aluno estabelece relação com o problema e, sem nenhum tipo de resposta ou ajuda dada pelo professor, o resolve a partir de seus próprios conhecimentos. Assim, é importante ressaltar que as situações adidáticas são formuladas para que coexistam com as situações didáticas, caracterizando e obedecendo a um processo didático pré-determinado por objetivos, métodos, recursos e conceitos.

Deste modo, Pommer (2008) sintetiza claramente quando fala que este modelo rompe com o padrão de ensino tradicional, de aulas com papéis pré-determinados, onde o professor encarrega-se de ensinar e o aluno de aprender de forma passiva, sendo o objeto de estudo apresentado de forma unilateral pela figura do professor.

A criação de uma situação didática envolve a elaboração de circunstâncias em que o aluno realmente desenvolva suas habilidades e construa o conhecimento. O estímulo à cooperação entre aluno e professor é uma relação que promove a integração e desenvolve capacidades importantes para a apreensão do saber. Essas relações são estabelecidas pelo que se denomina contrato didático.

Gálvez (1996) define contrato didático como sendo uma relação negociada entre professor e aluno, com componentes explícitos e implícitos, que definem princípios para o andamento da situação didática, distribuição de responsabilidades, permissões ou não para determinados recursos. Assim, o contrato didático auxilia na interpretação das relações professor, aluno e saber.

Então, para Brousseau “Cada um – o professor e o aluno – imagina o que o outro espera dele e o que cada um pensa do que o outro pensa ... e essa ideia cria as possibilidades de intervenção, de devolução da parte a-didática das situações e de institucionalização” (Brousseau, 2008, pp. 74). Este autor afirma ainda que devolução entra como um dos componentes essenciais do contrato didático, sendo definida como o ato pelo qual o professor conduz o aluno a aceitar a sua responsabilidade dentro da situação de aprendizagem (adidática) fazendo com que este se comprometa a tentar resolver os problemas de respostas ainda inexploradas.

A TSD organiza o processo de aprendizagem do aluno a partir das dialéticas/situações de ação, formulação, validação e institucionalização. Sendo as três primeiras consideradas situações adidáticas. A seguir, apresentamos uma descrição de cada situação segundo as ideias de Brousseau (2008).

Situação de ação: é o momento da tomada de posição, onde o estudante tem o primeiro contato com o problema, assim ele coloca os seus conhecimentos prévios em ativa e busca encontrar elementos necessários para solucionar o problema.

Situação de formulação: nesta etapa há troca de informação entre o meio e o aluno; é o momento de expor as ideias de forma clara e verbalizada, onde o aluno traça estratégias e começa a se apropriar do conhecimento.

Situação de validação: o aluno demonstra a estratégia para os demais, para convencê-los com seus argumentos e validar sua resposta dentro do sistema previamente estabelecido.

Situação de institucionalização: o momento em que o professor sintetiza de forma significativa tudo o que foi exposto nas etapas anteriores, formalizando o caráter matemático do que foi validado pelos alunos.

A situação didática é pensada pelo professor para que o aluno desenvolva o saber, onde além de possibilitar a participação efetiva dos alunos em suas aulas, oferece a oportunidade para que os estudantes desenvolvam sua autonomia, construam o conhecimento, formulem estratégias e resolvam problemas de forma criativa, o que propicia sua evolução intelectual. Portanto, percebemos a situação didática como uma situação em que prevalece a dialética da circunstância e do contexto, sendo essencial que o professor faça o elo entre suas etapas e a transposição didática como forma de garantir que os objetivos sejam atingidos na aula planejada.

## 3. Transposição Didática usando o GeoGebra

A transposição didática permite a transformação do saber científico em saber escolar (Polidoro e Stigar, 2010), possibilitando uma mediação entre esses conhecimentos para facilitar a compreensão do aluno. As diferentes formas como tais transformações podem ocorrer possibilitam um leque de possibilidades metodológicas ao professor. Chevallard (1991), nos apresenta a seguinte definição para transposição didática:

> Um conteúdo de saber que tenha sido definido como saber a ensinar, sofre, a partir de então, um conjunto de transformações adaptativas que irão torná-lo apto a ocupar um lugar entre os objetos de ensino. O ‘trabalho’ que faz de um objeto de saber a ensinar, um objeto de ensino, é chamado de transposição didática. (Chevallard, 1991, pp. 39, tradução dos autores).

A busca por métodos que facilitem a compreensão e aprendizagem do aluno tem sido pauta de muitos trabalhos acadêmicos. A transposição didática por meio de tecnologias já vem sendo estudada por diversos autores, sendo alguns deles: Silva e Abar (2016), Díaz-Urdanetta, Kalinke e Motta (2019), Abar (2020a; 2020b).

Silva e Abar (2016) trazem em sua pesquisa que a construção de atividades com o GeoGebra possibilita uma modernização do saber escolar, visto que o *software* oferece recursos visuais e manipuláveis.

Díaz-Urdanetta, Kalinke e Motta (2019) reforçam que o GeoGebra é uma ferramenta de matemática dinâmica e por sua acessibilidade e pouca complexidade no uso de suas ferramentas torna-se um recurso que permite uma abordagem diferenciada, possibilitando a apresentação de vários tópicos de Matemática em uma única interface. Isto permite uma experimentação e visualização da Matemática com grande potencial para desenvolver o conhecimento do aluno.

Há um desafio grande para a escola no que diz respeito a atingir os objetivos da aprendizagem em Matemática. Apesar da evolução ao longo dos anos, ainda há um longo caminho a percorrer, principalmente no que diz respeito ao uso da tecnologia em sala de aula. O GeoGebra é um recurso que vem para agregar ao professor e facilitar sua prática, principalmente na apresentação de conteúdos de complexa assimilação, no entanto, muitos professores ainda têm dificuldades no manuseio desta ferramenta. Uma justificativa para isso, segundo Abar (2020a), é que para elaborar estratégias inovadoras por parte do professor exige uma dedicação maior ao seu desenvolvimento profissional, demandando mais tempo para que este consiga absorver todas as informações, estudar e transpor essas ideias para a sua prática.

Vale salientar que os recursos computacionais devem ser explorados no âmbito escolar de forma mais ativa e com maior frequência para que acompanhem a evolução tecnológica da sociedade. Partindo dessa óptica, Abar enfatiza que "o desenvolvimento das tecnologias da informação e comunicação, bem como sua introdução nas escolas e nos ambientes de formação, é acompanhando de fenômenos da mesma ordem que os da transposição didática" (Abar, 2020a, pp. 33). Ou seja, a compreensão do aluno é facilitada uma vez que o suporte tecnológico tem grande dinamismo, fornecendo subsídios para que a transposição didática ocorra.

Para que o recurso do GeoGebra proporcione uma aprendizagem significativa, sugere-se que o docente esteja ciente da melhor forma de realizar a transposição didática do conteúdo associado a este recurso. Assim, "é importante a compreensão do complexo processo de transformação pelo qual passa a matemática até tornar-se um elemento a ser ensinado" (Abar, 2020b, pp. 2).

Por fim, o GeoGebra oferece múltiplos recursos para que a transposição didática seja realizada e proporcione uma aprendizagem significativa para o aluno. Em particular neste trabalho, exploraremos dois tópicos da Geometria Analítica com uma proposta diferenciada do que se costuma abordar nos livros didáticos, pois pretendemos sair da abstração e apresentar os tópicos de forma mais visual e compreensível ao estudante, visando uma melhor apreensão do conteúdo.

Para tentar explorar essas teorias (TSD e Transposição Didática) dentro da proposta didática e elaboração das situações didáticas, a seção a seguir, apresenta a organização da metodologia de pesquisa deste trabalho.

## 4. Engenharia Didática

A Engenharia Didática (ED) é considerada uma metodologia oriunda de pesquisas relacionadas à Didática da Matemática Francesa, tendo como principal criadora a Michele Artigue. Esta metodologia pode ser utilizada em pesquisas que estudam os processos de ensino e aprendizagem de um conteúdo e, em particular, a "elaboração de gêneses artificiais para um dado conceito" (Almouloud e Coutinho, 2008, pp. 66).

Ainda, segundo estes autores, esta metodologia:

> [...] caracteriza-se, em primeiro lugar, por um esquema experimental baseado em "realizações didáticas" em sala de aula, isto é, na concepção, realização, observação e análise de sessões de ensino. Caracteriza-se também como pesquisa experimental pelo registro em que se situa e modo de validação que lhe são associados: a comparação entre análise a priori e análise a posteriori. Tal tipo de validação é uma das singularidades dessa metodologia, por ser feita internamente, sem a necessidade de aplicação de um pré-teste ou de um pós-teste. (Almouloud e Coutinho, 2008, pp. 66).

Para Artigue (1996), a Engenharia Didática caracteriza-se como um esquema experimental baseado sobre as realizações didáticas em sala de aula, ou seja, sobre a concepção, a realização, a observação e a análise de sequências de ensino. "Essa metodologia pode ser entendida tanto como uma metodologia de pesquisa específica, quanto como uma sequência de aulas ou atividades concebidas e organizadas de forma coerente" (Leivas e Gobbi, 2014, pp. 184).

Diante dessa metodologia, o planejamento e execução de uma ED é preciso seguir quatro fases: i) Análises preliminares, ii) Concepção e análise *a priori* das situações didáticas, iii) Experimentação e iv) Análise *a priori* e validação. A seguir, descrevemos cada uma dessas fases.

i) Análises preliminares, nesta fase é feito um estudo bibliográfico sobre o quadro teórico didático, isto é, uma análise epistemológica dos conteúdos e do ensino atual, levantamento dos conhecimentos prévios dos alunos, das dificuldades e dos obstáculos e uma análise do campo onde vai situar-se a realização didática.

ii) Concepção e análise *a priori*, em que o pesquisador delimita as variáveis (globais e locais) sobre as quais o ensino pode atuar, a fim de guiar a pesquisa e propor um plano de ação. "As variáveis globais têm por finalidade direcionar as escolhas da pesquisa, enquanto as variáveis locais são direcionadas à previsão dos possíveis comportamentos e entraves dos alunos, mediante as situações didáticas". (Santos e Alves, 2017, pp. 450)

iii) Experimentação, é a fase da aplicação das situações didáticas ou sequência didática que foram construídas na fase anterior, aqui é firmado o contrato didático e que acontece a coleta dos dados relativos à pesquisa.

iv) Análise *a posteriori* e validação, é a fase que se apoia sobre todos os dados coletados durante a experimentação. Após fazer a análise dos dados, se faz necessário sua confrontação com a análise a priori realizada, para assim, fazer a validação ou não das hipóteses formuladas na investigação, pois "O objetivo é relacionar as observações com os objetivos definidos a priori e estimar a reprodutibilidade e a regularidade dos fenômenos didáticos identificados" (Almouloud e Coutinho, 2008, pp. 68).

Cabe esclarecer que cada fase pode ser retomada e aperfeiçoada no decorrer do trabalho de pesquisa, pois cada uma está sempre em processo de complementação. Ressaltamos que, para a construção deste trabalho utilizamos apenas as duas primeiras fases da ED (Análise preliminar e Análise a *priori*), devido ser um trabalho em andamento, mas que tem como intenção apresentar propostas didáticas para o professor de Matemática trabalhar o assunto de Geometria Analítica.

## 5. Análise Preliminar

Para a escolha do assunto de Geometria Analítica, foi importante fazermos uma análise dos livros didáticos e nas matrizes de referência do ENEM e do SAEB, verificando o que eles abordam de intersecção entre duas retas e equação da circunferência, a fim de fazermos uma avaliação dos conhecimentos prévios dos alunos sobre o conteúdo escolhido e como são abordados nas avaliações externas (ENEM e SAEB). Assim, selecionamos dois livros didáticos e duas matrizes de referências descritos no Quadro 1. Eles foram escolhidos a partir da sua relevância dentro do contexto da educação e formação do professor.

| Livro | Autores | Ano | Volume | Editora |
|---|---|---|---|---|
| Fundamentos de Matemática Elementar | Gelson Iezzi | 2013 | 7 | Atual Editora |
| Conexões com a Matemática | Fabio Martins de Leonardo (Org.) | 2016 | 3 | Moderna |
| Matriz ENEM | Brasil | 2009 | - | - |
| Matriz do SAEB | Brasil | 2002 | - | - |

**Quadro 1.** Livros selecionados para análise
**Fonte:** Elaborado pelos autores

A escolha do livro da coleção Fundamentos de Matemática Elementar se deve ao fato de que esta obra tanto é utilizada por estudantes do Ensino Médio quanto da graduação em Matemática e áreas afins, por possibilitar a construção de uma base sólida, explorando o assunto de modo a desafiar o estudante, como por exemplo, quando o livro traz questões em que pede a demonstração de teoremas.

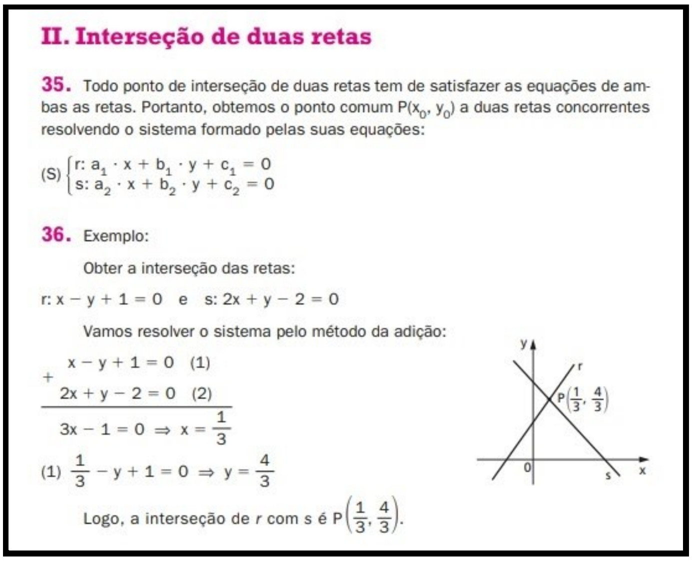
Já o livro Conexões com a Matemática foi selecionado por ter uma linguagem mais simples, com exercícios além dos tradicionais, que também exploram a capacidade reflexiva, o trabalho em grupo, a autoavaliação e sugere o uso de recursos tecnológicos como calculadoras, planilhas eletrônicas e *softwares* de construção de gráfico de geometria interativa.

Exploramos nessas obras a abordagem de dois tópicos específicos da Geometria Analítica que são intersecção entre duas retas e equação da circunferência, devido ser nosso objeto de pesquisa neste trabalho. Nos próximos parágrafos faz-se uma análise de cada uma dessas obras, destacando as possibilidades de cada um para o ensino de Geometria Analítica.

## 5.1 Livro 1: Fundamentos de Matemática Elementar

Este livro pertence a uma coleção que oferece ao estudante os principais tópicos de Matemática Elementar, sendo este volume referente especificamente ao conteúdo de Geometria Analítica. Algumas escolas e instituições adotam esta coleção como livro didático, outras sugerem essa bibliografia como livro de apoio para estudos extra classe.

Na figura 1 temos um recorte sobre intersecção entre duas retas, objeto do nosso estudo em questão, mostrando a abordagem didático-matemática deste livro.



**II. Interseção de duas retas**

**35.** Todo ponto de interseção de duas retas tem de satisfazer as equações de ambas as retas. Portanto, obtemos o ponto comum $P(x_0, y_0)$ a duas retas concorrentes resolvendo o sistema formado pelas suas equações:

$$(S)\begin{cases} r\colon a_1 \cdot x + b_1 \cdot y + c_1 = 0 \\ s\colon a_2 \cdot x + b_2 \cdot y + c_2 = 0 \end{cases}$$

**36.** Exemplo:

Obter a interseção das retas:

$r\colon x - y + 1 = 0$ e $s\colon 2x + y - 2 = 0$

Vamos resolver o sistema pelo método da adição:

$$\begin{array}{rl} & x - y + 1 = 0 \quad (1) \\ + & 2x + y - 2 = 0 \quad (2) \\ \hline & 3x - 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{3} \end{array}$$

$$(1)\ \frac{1}{3} - y + 1 = 0 \Rightarrow y = \frac{4}{3}$$

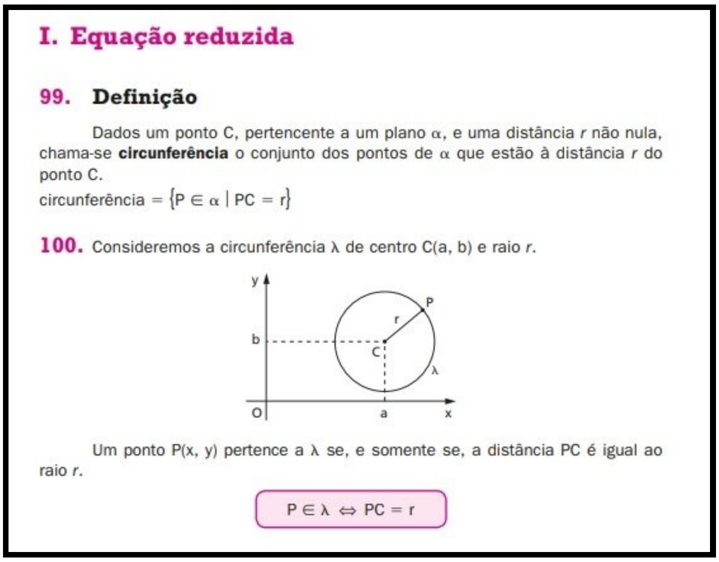
Logo, a interseção de $r$ com $s$ é $P\left(\frac{1}{3}, \frac{4}{3}\right)$.



**Figura 1. Intersecção entre duas retas - abordagem**
**Fonte: Iezzi** (2013, pp. 35).

O autor desta obra aborda o tópico de intersecção entre duas retas de forma objetiva, exemplificada não de forma generalizada, mas com duas equações dadas especificamente para que se observe o comportamento gráfico das retas, o que pode facilitar a compreensão do aluno.

Já no que diz respeito ao tópico de equação da circunferência, o livro faz uma abordagem direta sobre a equação reduzida da circunferência (Figura 2), definindo-a a partir de seu centro e de seu raio, seguindo com a demonstração da equação normal a partir da equação reduzida e apresentando formas de reconhecimento de uma equação da circunferência e as relações entre ponto, reta e circunferência.


**I. Equação reduzida**

**99. Definição**

Dados um ponto C, pertencente a um plano $\alpha$, e uma distância $r$ não nula, chama-se **circunferência** o conjunto dos pontos de $\alpha$ que estão à distância $r$ do ponto C.

circunferência $= \{P \in \alpha \mid PC = r\}$

**100.** Consideremos a circunferência $\lambda$ de centro C(a, b) e raio $r$.



Um ponto P(x, y) pertence a $\lambda$ se, e somente se, a distância PC é igual ao raio $r$.

$$\boxed{P \in \lambda \Leftrightarrow PC = r}$$

**Figura 2. Equação reduzida da circunferência - abordagem matemática**
**Fonte: Iezzi** (2013, p. 118).

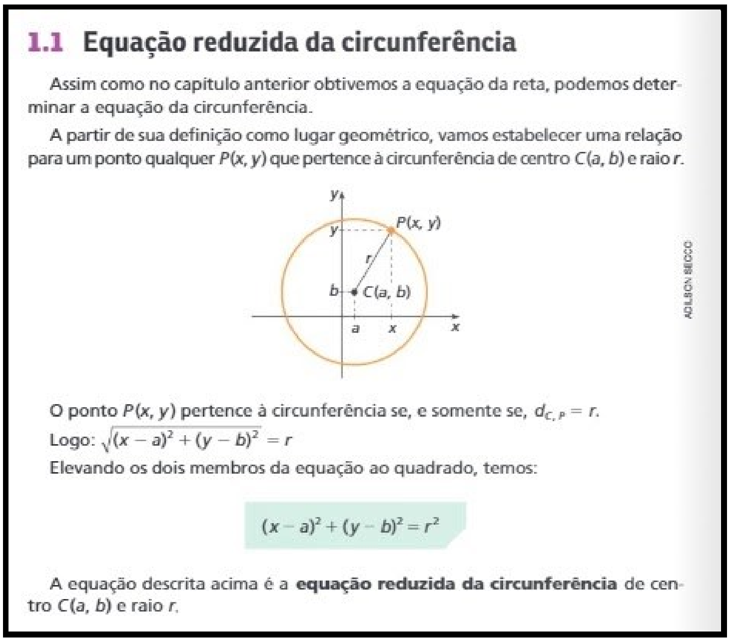
Neste volume apresenta-se uma abordagem didática com a teoria detalhada e demonstrada de maneira fácil e clara, seguida de exercícios de aplicação elementares que evoluem em seu grau de dificuldade gradativamente. As questões ao longo dos capítulos apresentam pouca contextualização, sendo perguntas de comando direto. Entretanto tais exercícios oferecem ao estudante variados modelos de situação para a prática do assunto.

Ao final do volume são oferecidos testes de vestibulares selecionados de diversas instituições e organizados de acordo com a sequência de tópicos estudados no livro, acompanhados das respostas correspondentes.

## 5.2. Livro 2: Conexões com a Matemática

Este livro didático foi apresentado como proposta para o PNLD, sendo adotado por diversas escolas públicas para o triênio 2018-2020. Seu *layout* é mais dinâmico, a abertura de seus capítulos faz uma breve ilustração do conteúdo matemático associado à realidade, o que proporciona ao estudante um momento de leitura e reflexão. Na Figura 3 trazemos um recorte do tópico de equação reduzida da circunferência, mostrando a forma como o livro descreve o assunto.

A Figura 3 traz um recorte da abordagem sobre o tópico de Equação da Circunferência, onde esta inicia apresentando a circunferência enquanto lugar geométrico e segue com sequência parecida com a obra analisada anteriormente, mostrando a equação reduzida da circunferência por meio de seu centro e raio, seguindo para o desenvolvimento da equação geral e das posições relativas entre ponto e circunferência, reta e circunferência e entre circunferências. Ao final do capítulo sobre circunferência o livro traz um texto sobre a Matemática do GPS, descrevendo de forma simples como se localiza uma pessoa sobre uma superfície esférica imaginária, seguido de um exercício de compreensão.



**1.1 Equação reduzida da circunferência**

Assim como no capítulo anterior obtivemos a equação da reta, podemos determinar a equação da circunferência.

A partir de sua definição como lugar geométrico, vamos estabelecer uma relação para um ponto qualquer $P(x, y)$ que pertence à circunferência de centro $C(a, b)$ e raio $r$.



O ponto $P(x, y)$ pertence à circunferência se, e somente se, $d_{C,P} = r$.

Logo: $\sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2} = r$

Elevando os dois membros da equação ao quadrado, temos:

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$$

A equação descrita acima é a **equação reduzida da circunferência** de centro $C(a, b)$ e raio $r$.

**Figura 3. Equação reduzida da circunferência**
**Fonte: Leonardo** (2016, pp. 138).

A abordagem didático-metodológica segue a sequência: demonstrações - exercícios resolvidos - exercícios propostos, onde suas atividades seguem uma ordem no nível das questões - das mais elementares às mais complexas, no entanto com pouca contextualização ou relação do assunto com a realidade. As demonstrações dos conceitos matemáticos são curtas e objetivos. Há uma seção no final de cada capítulo com exercícios complementares, onde algumas das questões são de vestibulares tradicionais e do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM).

Apesar da nota do editor declarar que esta coleção apresenta propostas de projeto e pesquisa, estas não aparecem em todos os capítulos. No volume 3, em particular, apareceu apenas em 3 de seus 9 capítulos e estas propostas não contemplam o conteúdo de Geometria Analítica.

Uma observação positiva é que o site da Editora Moderna disponibiliza a versão digital do livro, onde o professor ou o aluno pode folhear a obra, ler e fazer suas considerações. No entanto, o arquivo não está disponível para download. Outra observação referente a esta obra é o fato de o tópico sobre intersecção entre retas não aparecer no capítulo que se refere aos conceitos básicos e o estudo da reta e em nenhuma outra seção referente a este conteúdo. Verificamos que nos volumes anteriores este assunto também não se faz presente, sendo uma lacuna tanto no estudo da Geometria Analítica quanto no estudo de Funções do 1º grau.

Observou-se em ambas as obras que não há sugestão metodológica ao professor para implementar o uso da tecnologia no ensino de Geometria Analítica. Partindo desse ponto, trazemos o GeoGebra como ferramenta facilitadora para o ensino de Geometria Analítica, tendo em vista a abstração matemática presente neste conteúdo. A proposta é que o aluno possa construir, visualizar, manusear e verificar o comportamento das equações e entes geométricos dentro de um ambiente de geometria dinâmica.

### 5.3. Matrizes de referência: ENEM e SAEB

O Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) e o Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB) são avaliações de larga escala que permitem verificar os indicadores educacionais dos estudantes das escolas brasileiras; fazer análises sobre a qualidade da educação básica no país e nortear as políticas públicas para a educação com base em seus resultados. Destes exames, o ENEM tem o diferencial de possibilitar o acesso dos estudantes à universidade.

As matrizes de referência para a disciplina de Matemática, tanto do ENEM quanto do SAEB, reúnem um conjunto de competências e habilidades (descritores) que projetam conhecimentos esperados dos alunos em determinadas séries escolares, avaliando seu desempenho por meio de um teste padronizado.

Para a realização da prova do SAEB, no que tange ao tópico de Geometria Analítica, os descritores solicitam que os alunos saibam identificar os coeficientes de uma equação da reta, relacionem a determinação do ponto de intersecção de duas ou mais retas e reconheçam equações que representem circunferências.

Com relação ao ENEM, a Geometria Analítica aparece de forma sutil e interligada a outros tópicos da Matemática, devido ao caráter de inter-relação entre conteúdos e interdisciplinar do exame. As competências e habilidades deste tópico referem-se ao uso do conhecimento geométrico de espaço e forma para realizar a leitura e a interpretação da realidade e utilizar conhecimentos algébricos para a resolução de problemas.

A Geometria Analítica aparece nessas matrizes em problemas envolvendo espaço e forma unindo conceitos de álgebra e geometria dentro de um sistema de coordenadas, sendo a maioria de seus problemas concentrados em quatro tópicos: retas, circunferências, cálculo de distâncias e áreas. Neste trabalho abordamos dois desses tópicos que são retas e circunferências.

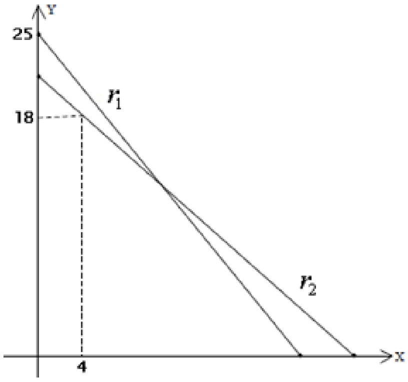
## 6. Análise a priori

Após a análise dos livros didáticos e das matrizes de referências, selecionamos dois itens aplicados nas avaliações externas (ENEM e SAEB), que utilizamos para construir as Situações didáticas 1 e 2, respectivamente, envolvendo o conteúdo de intersecção entre duas retas e equação da circunferência, com a utilização do *software* GeoGebra.

Como esta fase da ED permite elaborar as variáveis globais e locais, já definidas anteriormente, neste trabalho estamos interessados em investigar apenas as variáveis locais. Logo, focamos nos possíveis comportamentos e obstáculos que os alunos podem sentir durante as aplicações das situações didáticas. A seguir, apresentamos duas situações com os objetos matemáticos investigados neste estudo.

### 6.1. Situação Didática 1: Item da prova do SAEB

(SAEB) Um caixa eletrônico disponibiliza cédulas de R$ 20,00 e R$ 50,00. Um cliente sacou neste caixa um total de R$ 980,00, totalizando 25 cédulas. Essa situação está representada pelo gráfico abaixo.




Sabendo que r1 representa a reta de equação x + y = 25 e r2 a reta de equação 20x + 50y = 980, onde x representa a quantidade de cédulas de R$ 20,00 e y a quantidade de cédulas de R$ 50,00, a solução do sistema formado pelas equações de r1 e r2 é o par ordenado:

A. (8, 17)  B. (9, 16).  C. (7, 18).  D. (11, 14).  E. (12, 13).

*Contexto:* A situação proposta traz de forma contextualizada um problema que pede ao aluno que determine o ponto de interseção de duas retas dentro de um problema.

*Objetivo do problema:* O aluno precisa perceber que para resolver o problema ele precisará saber que o ponto de intersecção entre duas retas pode ser encontrado por meio da resolução de um sistema de equações com duas incógnitas.

*Hipótese didática:* O aluno precisa construir as retas dentro do plano cartesiano utilizando o GeoGebra e, em seguida, manuseá-las na busca da visualização do ponto de intersecção, a fim de solucionar o problema.

Situação de ação: O aluno terá o primeiro contato com o problema, onde fará uma leitura atenta do enunciado e do gráfico apresentado, buscando em seus conhecimentos prévios uma forma de solucioná-lo.

A partir da análise do problema, espera-se que o aluno relacione as equações das retas fornecidas com o esboço do gráfico, percebendo a associação entre as variáveis em questão. Ou seja, ele deve notar que a variável “x” representa a quantidade de notas de R$ 20,00 e a variável “y” representa a quantidade de notas de R$ 50,00 por meio da inferência dos dados presentes no enunciado.

Situação de formulação: Esta fase destaca-se pela troca de informações (escritas ou orais) entre os alunos e o meio, formulando suas ideias e expondo-as de modo verbal associada à construção de estratégias para solucionar o problema. Sugere-se que o professor, por meio da mediação, oriente a construção de cada reta utilizando o aplicativo do GeoGebra no celular, como mostra a Figura 4.

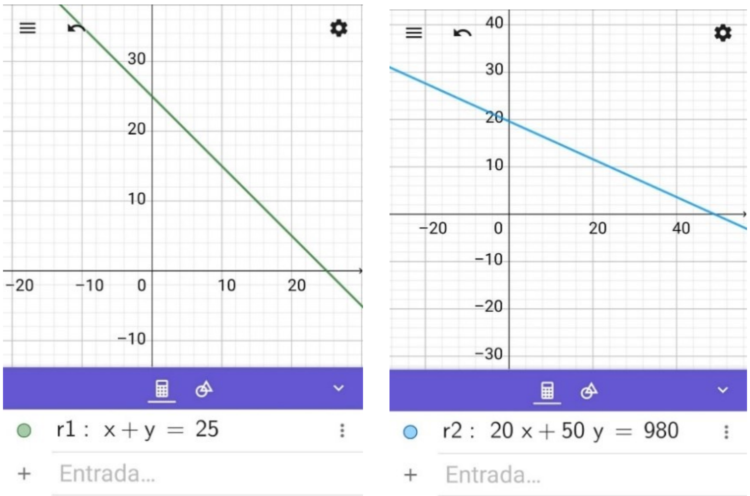



**Figura 4. Construção das retas r1 e r2.**
**Fonte: Elaborado pelos autores.**

Situação de Validação: Esta é a fase em que o aluno expõe as estratégias construídas nas etapas anteriores e busca validar a solução do problema proposto. Então, a partir da construção no GeoGebra, esperamos que os alunos movimentem as retas e visualizem o ponto de intersecção entre elas. Isto é, que eles manuseiem esta construção em prol de encontrar o par ordenado que representa o ponto em comum. Na Figura 5, encontramos uma possível solução encontrada pelos alunos.

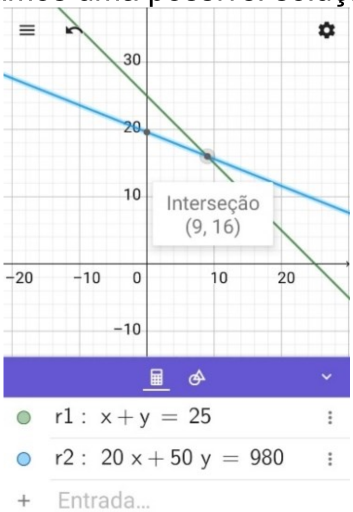



**Figura 5. Ponto de intersecção entre as retas r1 e r2.**
**Fonte: Construído pelos autores.**

A Figura 5 traz a representação gráfica das retas e seu ponto de intersecção, a lei de formação dessas equações e seus coeficientes lineares, trazendo possibilidades de visualização e, consequentemente interpretação desses elementos. Acreditamos que neste momento ocorrerá a transposição didática do assunto, pois, de acordo com Silva e Abar, "O processo da transposição didática se desenvolve em diferentes etapas, pois se inicia com o conhecimento científico, caminha para os textos pedagógicos e finaliza com o conhecimento da prática pedagógica" (Silva e Abar, 2016, pp. 5). Outra forma de validação da solução seria o aluno apresentar seu raciocínio de forma algébrica. Assim, o aluno, pode fazer uso da relação:

$$\begin{cases} x + y = 25 \\ 20x + 50y = 980 \end{cases}$$

E encontrar como possível desenvolvimento os passos a seguir:

$$\begin{cases} x + y = 25 \\ 20x + 50y = 980 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + y = 25 \quad .(-20) \\ 20x + 50y = 980 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -20x - 20y = -500 \\ 20x + 50y = 980 \end{cases}$$

Ao solucionar este sistema pelo Método da Adição, obter:

$$30\,y = 480 \;\therefore y = 16$$

E ao continuar sua resolução, substituindo o valor de y em qualquer das duas equações (optaremos pela equação de r1), ter como resultado:

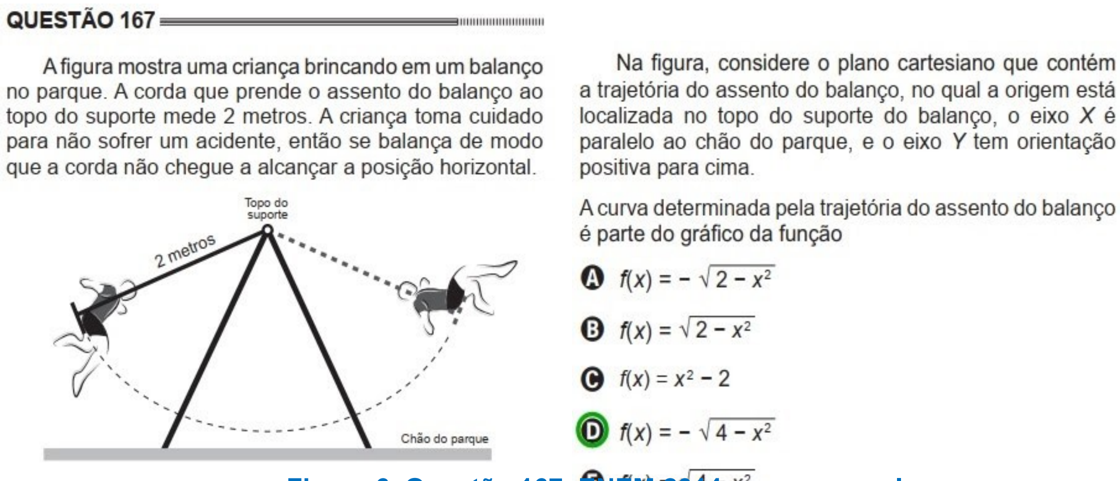
$$x + y = 25 \;\therefore x + 16 = 25 \;\therefore x = 9$$

Portanto, o aluno deverá encontrar como ponto de intersecção entre as retas r1 e r2, a solução do sistema que corresponde ao par ordenado (9, 16).

Situação de institucionalização: Momento em que os objetivos do professor com esta atividade se tornam claros. Com base nas situações encontradas pelos alunos, o professor deve apresentar o conceito formalizado presente no livro didático, que neste caso, usaremos a definição do livro Fundamentos da Matemática Elementar[1].

> Todo ponto de intersecção de duas retas tem de satisfazer as equações de ambas as retas. Portanto, obtemos o ponto comum P(x0, y0) a duas retas concorrentes resolvendo o sistema formado pelas suas equações.

## 6.2. Situação didática 2: ENEM 2014 - prova amarela


**QUESTÃO 167**

A figura mostra uma criança brincando em um balanço no parque. A corda que prende o assento do balanço ao topo do suporte mede 2 metros. A criança toma cuidado para não sofrer um acidente, então se balança de modo que a corda não chegue a alcançar a posição horizontal.

Na figura, considere o plano cartesiano que contém a trajetória do assento do balanço, no qual a origem está localizada no topo do suporte do balanço, o eixo *X* é paralelo ao chão do parque, e o eixo *Y* tem orientação positiva para cima.

A curva determinada pela trajetória do assento do balanço é parte do gráfico da função

A) $f(x) = -\sqrt{2 - x^2}$

B) $f(x) = \sqrt{2 - x^2}$

C) $f(x) = x^2 - 2$

D) $f(x) = -\sqrt{4 - x^2}$

E) $f(x) = \sqrt{4 - x^2}$


**Figura 6. Questão 167, ENEM 2014, prova amarela**
**Fonte: Prova do ENEM 2019, prova amarela - segundo dia.**

---

[1] Esta definição se encontra em (Iezzi, 2013, pp. 35).

*Contexto* - A situação proposta traz um modelo de balanço que descreve uma trajetória que pode ser representada pela equação de uma circunferência, a partir da hipótese de que a trajetória completa forma um arco de 360º.

*Objetivo do problema* - O objetivo da questão é que o aluno reconheça os elementos gráficos presentes no desenho para que ele formule um modelo matemático que descreve essa trajetória.

*Hipótese didática* - O aluno precisa construir a equação da circunferência que representa a trajetória do balanço utilizando o GeoGebra e, em seguida, manuseá-la na busca da visualização do intervalo solicitado a fim de solucionar o problema.

Situação de ação: O aluno fará uma leitura minuciosa do problema, buscando em seu entendimento reconhecer os elementos apresentados, por meio de associações entre conhecimentos previamente estudados, tentando enxergar que a trajetória do balanço forma parte de uma circunferência.

Situação de formulação: Nesta fase, o estudante deve identificar as variáveis (o centro e o raio da circunferência) que compõem graficamente o problema apresentado, trocando informações com o meio e com os colegas e estabelecendo hipóteses para solucionar o problema de forma organizada. Então, esperamos que os alunos interpretem o desenho e façam um rascunho da circunferência em seu caderno ou usando o GeoGebra.

Um resultado possível para representar a trajetória completa do balanço no GeoGebra é mostrado na Figura 7.

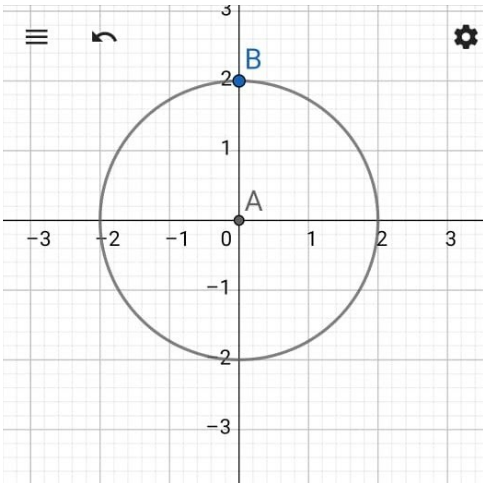



**Figura 7. Esboço da trajetória completa do balanço**
**Fonte: Construído pelos autores.**

A partir desta construção esperamos que o aluno identifique o topo do suporte como a origem do plano cartesiano (0,0) e o eixo das abscissas (x) sendo a linha imaginária que passa por aquele ponto em posição horizontal, e, da mesma forma, uma linha vertical passando pelo topo do suporte sendo o eixo das ordenadas (y).

Ainda de acordo com a Figura 7, almejamos que o aluno identifique a equação geral da circunferência, sendo ela: $x^2 + y^2 = 4$, para que ele possa ir além, pois a trajetória é delimitada por apenas uma parte dessa circunferência, ou seja, um arco que compreende o 3º e o 4º quadrantes do plano cartesiano.

Após a visualização da circunferência e a verificação de que para solucionar o problema é necessário apenas um arco, o aluno tem a possibilidade de construir a função referente à trajetória, como está sendo solicitado na questão.

Situação de validação: Neste momento, o estudante chega à construção de um modelo matemático que representa a solução do problema, mas cabe a ele apresentar este modelo e justificar o porquê dessa criação, com argumentos algébricos e geométricos que comprovem que sua resposta é válida. Como resultado geométrico, o aluno pode usar o GeoGebra para representar essa trajetória pois "com o auxílio do software GeoGebra há ênfase declarada pela visualização e percepção visual de propriedades e de elementos importantes para o desenvolvimento da heurística resolutiva em cada situação didática" (Alves e Dias, 2019, pp. 3) e, deste modo, observar que o intervalo que a descreve, encontra-se em quadrantes com pontos do tipo $(-x, -y)$ e $(x, -y)$, conforme a Figura 8.

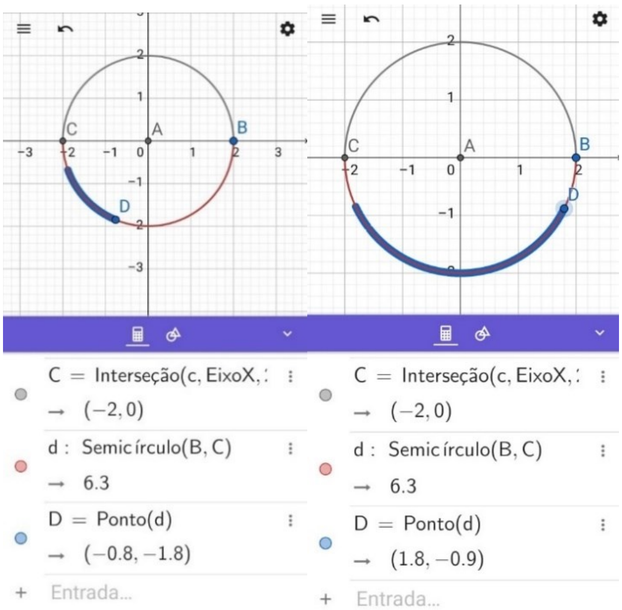



**Figura 8. Esboço da trajetória do balanço**
**Fonte: Construído pelos autores.**

A linha vermelha que forma o arco do ponto B ao ponto C descreve um esboço da trajetória do balanço, ao passo que o ponto D poderia ser interpretado como o próprio balanço. Portanto, observa-se que no decorrer da trajetória do ponto D, tanto no 3º quanto no 4º quadrante, a ordenada do ponto (y) tem sempre sinal negativo. A função que representa esta trajetória poderia ser escrita da seguinte forma:

$$x^2 + y^2 = 4$$
$$y^2 = 4 - x^2$$
$$y = \pm\sqrt{4 - x^2}$$

E com base na observação do sinal da variável y, que seria $f(x)$, temos que a função que descreve a trajetória no percurso descrito é dada pela lei de formação:

$$f(x) = -\sqrt{4 - x^2}$$

Situação de institucionalização: Neste ponto, o professor apresenta aos estudantes a definição matemática acerca do objeto proposto no problema, que no caso é a equação da circunferência. Então, usaremos a definição apresentada no livro Fundamentos da Matemática Elementar[2].

> Dados um ponto C, pertencente a um plano, e uma distância r não nula, chama-se circunferência os pontos de que estão à distância r do ponto C.

## 7. Considerações finais

Com base neste estudo percebemos que a utilização da Engenharia Didática associada a Teoria das Situações Didáticas nos possibilitou uma organização para uma pesquisa condizente com nossos objetivos, sendo constatada a relevância da articulação de metodologias para o ensino de Geometria Analítica com o software GeoGebra, possibilitando a construção de situações didáticas que pode melhorar o desenvolvimento deste tópico em sala de aula.

Vale ressaltar a importância das duas primeiras fases da ED (Análise preliminar e Análise a priori), pois estas nos permitiram elaborar propostas de situações didáticas com propriedade, permitindo-nos elaborar previsões atitudinais do aluno, o que serve suporte ao trabalho do professor, reduzindo as dificuldades e possíveis bloqueios cognitivos, epistemológico e didáticos presentes no ensino deste assunto.

Entendemos que é por meio da transposição didática que o trabalho do professor se norteia, desde a escolha do assunto, o recorte, suas partições e todo o formato de sua aula, bem como a relevância de subtemas do conteúdo, avaliando a viabilidade, contextualizando de forma eficiente e até pressupondo sobre como o aluno constrói o conhecimento. Para tanto, vimos como a Teoria das Situações Didáticas serve como uma bússola, tanto para o professor, que se torna um investigador em sua práxis e mediador da aprendizagem, quanto para o aluno, que passa a ser também um pesquisador, desenvolver a autonomia e construir seu conhecimento a partir das fases das situações adidáticas.

Deparamo-nos com dificuldades em encontrar propostas metodológicas para o conteúdo abordado com viés tecnológico nos livros analisados, o que nos mostra a relevância do uso do GeoGebra no ensino de Geometria Analítica. Deste modo, esta pesquisa pode ser utilizada pelos professores como uma ferramenta para otimizar o ensino de Matemática, fornecendo suporte ao professor.

O uso de tecnologia para o ensino de Geometria Analítica é uma proposta relevante para a melhoria da assimilação deste conteúdo, visto que há a possibilidade do uso do celular, que pode ser utilizado em diversos ambientes, inclusive como atividade domiciliar. Também vale ressaltar a facilidade no manuseio do *software* GeoGebra, o que torna a aprendizagem significativa, proporcionando o desenvolvimento de habilidades para que o aluno se aproprie do conteúdo de forma autônoma e eficiente.

---

[2] Esta definição se encontra em (Iezzi, 2013, pp. 118).

## Bibliografía

Abar, C A. A. P. (2020). A Transposição Didática na criação de estratégias para a utilização do GeoGebra. *Revista do Instituto GeoGebra de São Paulo,* 9(1), 59-75.

Abar, C. A. A. P. (2020). Teorias da Transposição Didática e Informática na criação de estratégias para a prática do professor com a utilização de tecnologias digitais. *Revista Sergipana de Matemática e Educação Matemática*, 5(1), 29-45.

Almouloud, S. A.; Coutinho, C. Q. S. (2008). Engenharia Didática: características e seus usos em trabalhos apresentados no GT-19 / ANPEd. *Revemat: Revista Eletrônica de Educação Matemática*, Florianópolis, 3(1), 62-77.

Alves, F. R. V.; Dias, M. A. (2019) Engenharia Didática para a Teoria do Resíduo: Análises Preliminares, Análise a Priori e Descrição de Situações-Problema. *Revista de Ensino, Educação e Ciências Humanas,* 10(1), 2-14.

Artigue, M. (1996). Engenharia didáctica. In: BRUN, Jean (Org.). *Didáctica das matemáticas***.** Tradução de Maria José Figueiredo. Lisboa: Instituto Piaget, pp. 193-217.

Brousseau, G. (2008). *Introdução ao estudo das situações didáticas:* conteúdos e métodos de ensino. São Paulo: Ática.

Camilo, A. M. S.; Alves, F. R. V.; Fontenele, F. C. F. (2020). A Engenharia Didática articulada à Teoria das Situações Didáticas para o ensino da Geometria Espacial. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*,16(59), 64-82.

Chevallard, Y. (1991). *La transposition didactique:* du savoir savant au savoir enseigné. Paris: Ed. La pensée Sauvage.

Díaz-Urdanetta, S.; Kalinke, M. A.; Motta, M. (2019). A transposição didática na elaboração de um objeto de aprendizagem no GeoGebra. *#tear - Revista de Educação, Ciência e Tecnologia*, 8(2), 1-12.

Gálvez, G. (1996). A Didática da Matemática. In: Parra, Cecília.; Saiz, Irma. (Orgs.). *Didática da Matemática:* Reflexões Psicopedagógicas. Tradução de: Juan Acuña Llorens. Porto Alegre: ArtMed.

Halberstadt, F. F. (2015). *A aprendizagem da Geometria Analítica no Ensino Médio e suas representações semióticas no Grafeq.* (Mestrado em Educação Matemática e Ensino de Física), Universidade Federal de Santa Maria - UFSM, Santa Maria, 2015.

Iezzi, G. (2013). *Fundamentos de Matemática Elementar 7***.** 6. ed. São Paulo: Atual Editora.

Leivas, J. C. P.; Gobbi, J. A. (2014). O software GeoGebra e a Engenharia Didática no estudo de áreas e perímetros de figuras planas. *Revista Brasileira de Ensino de Ciências e Tecnologias*, Curitiba, 7(1), 182-199.

Leonardo, F. M. (Org.). (2016). *Conexões com a Matemática***.** 3. ed. São Paulo: Moderna.

Polidoro, L. F.; Stigar, R. (2010). A Transposição Didática: a passagem do saber científico para o saber escolar. *Ciberteologia - Revista de Teologia & Cultura,* São Paulo, 27, 153-159.

Pommer, W. M. (2008). *Brousseau e a ideia de Situação Didática*. Seminários de Ensino de Matemática/ FEUSP.

Santos, A. A.; Alves, F. R. V. (2017). A Engenharia Didática em articulação com a Teoria das Situações Didáticas como percurso metodológico ao estudo e ensino de Matemática. *Revista Acta Scientiae*, Canoas, 19(3), 447-465.

Silva, H. N.; Abar, C. A. A. P. (2016). A utilização do GeoGebra na reconstrução de atividades do imagiciel. In: XII Encontro Nacional de Educação Matemática – ENEM, 2016. *Anais…* São Paulo. Recuperado em 21 julho, 2020, de http://www.sbem.com.br/enem2016/anais/pdf/6064_2835_ID.pdf.

Teixeira, P. J. M.; Passos, C. C. M. (2013). Um pouco da teoria das situações didáticas (tsd) de Guy Brousseau. *Revista Zetetiké*, FE/Unicamp, 21(39), 155-168.

**Autores:**

**Renata Teófilo de Sousa:** Especialista em Ensino de Matemática (UVA), Qualificação em Ensino de Matemática no Estado do Ceará (UFC) e Didática e Metodologias Ativas na aprendizagem (UniAmérica). Mestranda em Ensino de Ciências e Matemática pelo Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará (IFCE). E-mail: rtsnaty@gmail.com.

**Italândia Ferreira de Azevedo:** Mestre em Ensino de Matemática pelo Instituto Federal de Ciência e Tecnologia do Estado do Ceará (IFCE). Professora da rede estadual de ensino do Ceará. E-mail: italandiag@gmail.com.

**Francisco Régis Vieira Alves:** Mestre em Matemática Pura pela Universidade Federal do Ceará (UFC) e em Educação, com ênfase em Educação Matemática, pela UFC. Doutor, com ênfase no ensino de Matemática pela UFC. Professor Titular do Departamento de Matemática e do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática do IFCE. E-mail: fregis@ifce.edu.br.