

Operaciones epistémicas en una actividad experimental desarrollada en el contexto de clases de matemáticas

Operações epistêmicas em uma atividade experimental desenvolvida no âmbito de aulas de Matemática

Paulo Henrique Hideki Araki, Karina Alessandra Pessoa da Silva, Robson Aparecido Ramos Rocha

Data do recebimento: 19/02/2022
Data de aceitação: 16/05/2023

<p>Resumen</p>	<p>En este artículo destacamos las operaciones epistémicas que emergen en una actividad de Modelación Matemática con experimentación. Para ello, nos basamos en aportes teóricos de Modelación Matemática en la Educación Matemática, de la experimentación y de las operaciones epistémicas. Nuestro análisis se basó en las acciones de dos grupos de alumnos de noveno grado de Educación Primaria en una escuela ubicada en el norte del estado de Paraná, Brasil. Como investigación cualitativa, nos apoyamos en los discursos, gestos, registros escritos de los alumnos y en los diarios de campo del profesor, donde se evidenciaron principalmente las operaciones de descripción, explicación, generalización, comparación y analogía a través de las intervenciones realizadas por el profesor.</p> <p>Palabras clave: Educación Matemática, Modelación Matemática, Argumentación.</p>
<p>Abstract</p>	<p>In this article, we highlight epistemic operations that emerge in an activity of Mathematical Modeling with experimentation. To do so, we draw upon theoretical contributions from Mathematical Modeling in Mathematics Education, experimentation, and epistemic operations. Our analysis was based on the actions of two groups of students in the 9th grade of Elementary School in a school located in the northern state of Paraná, Brazil. As a qualitative research, we relied on students' speech, gestures, written records, and the teacher's field notes, where operations of description, explanation, generalization, comparison, and analogy were mainly evidenced through the teacher's interventions.</p> <p>Keywords: Mathematics Education, Mathematical Modeling, Argumentation.</p>
<p>Resumo</p>	<p>Neste artigo, evidenciamos as operações epistêmicas que emergem em uma atividade de Modelagem Matemática com experimentação. Para tanto, fundamentamo-nos em aportes teóricos da Modelagem Matemática na Educação Matemática, da experimentação e das operações epistêmicas. Nossas análises foram subsidiadas pelas ações de dois</p>

grupos de alunos do 9º ano do Ensino Fundamental em uma escola localizada no norte do estado do Paraná, Brasil. Como pesquisa qualitativa, baseamo-nos em falas, gestos, registros escritos dos alunos e diários de campo do professor, nos quais as operações de descrição, explicação, generalização, comparação e analogia foram evidenciadas principalmente por meio das intervenções feitas pelo professor.

Palavras-chave: Educação Matemática, Modelagem Matemática, Argumentação.

1. Introdução

A necessidade de se introduzir práticas pedagógicas que vislumbram abordagens diferenciadas em sala de aula tem sido destacada por pesquisadores no âmbito do Ensino. As pesquisas, de modo geral, versam sobre o potencial das abordagens diferenciadas para o ensino e a aprendizagem de conteúdos das diferentes disciplinas presentes no currículo escolar.

Especificamente no que se refere ao ensino de Matemática, tem sido crescente pesquisas que tratam de relações entre a Matemática e aspectos da realidade do aluno, convergindo para uma multiplicidade de abordagens susceptíveis de serem implementadas em contexto de sala de aula. Em especial, podemos destacar o enfoque dado à Modelagem Matemática na perspectiva do ensino e da aprendizagem. Fundamentados no entendimento de que, por meio da Modelagem¹, se faz necessária uma interpretação em “ambas as direções, entre Matemática e mundo extra matemático” (Blum, Borromeo Ferri, 2016, p. 65), defendemos a sua implementação no contexto escolar.

A implementação da Modelagem Matemática em diferentes níveis de escolaridade com o intuito de abarcar conteúdos matemáticos tem sido defendida por pesquisadores da área de Educação Matemática (Blum, Niss, 1991, Carreira, Baioa, 2011, Almeida, Silva, Vertuan, 2012, Almeida, Silva, Borssoi, 2021). De forma geral, essas pesquisas destacam o potencial de atividades de modelagem para abarcar conteúdos matemáticos a partir de fenômenos que, de forma geral, fazem parte de um contexto extra matemático. Com isso, se faz possível articular Matemática com outras áreas do conhecimento. Em nossas pesquisas temos estabelecido esforços na articulação entre Matemática e Química por intermédio da experimentação.

Hodson (1994) discute que a experimentação consiste no estabelecimento de propostas com o intuito de auxiliar os alunos na exploração, no desenvolvimento e na modificação de suas concepções acerca de determinado fenômeno para concepções científicas. Logo, os alunos são incentivados a explorar suas opiniões e refletir sobre seu potencial para explicar fenômenos evidenciados a partir da atividade experimental.

Associar experimentação à Modelagem Matemática permite aos estudantes a construção e a explicitação de conceitos matemáticos, o que pode favorecer no desenvolvimento da capacidade de argumentação em situações de discussão e/ou defesa de ideias (Carreira, Baioa, 2011). Para Toulmin (2001), a argumentação é tida

¹ Empregamos o termo “Modelagem” com o mesmo sentido de Modelagem Matemática.

como todo o processo oral, escrito ou gestual capaz de relacionar evidências e dados, tanto teóricos quanto empíricos. Sob um viés epistemológico, a argumentação pode ocasionar o estabelecimento de operações epistêmicas, atitudes direcionadas à construção de conhecimentos e associadas à atuação e à verbalização nas situações vivenciadas na experimentação (Almeida, Malheiro, 2020).

Em pesquisa desenvolvida com estudantes do Ensino Superior, Almeida, Silva e Borssoi (2021) evidenciaram que experimentação com tecnologia, além de possibilitar uma interpretação matemática para o fenômeno em estudo, tem potencial para auxiliar na dinâmica de atividades de modelagem como subsídio para a aprendizagem. Em nossa investigação, todavia, nosso interesse consiste em explorar a Modelagem Matemática a partir da experimentação na Educação Básica. Com isso, nos debruçamos em investigar: *Que operações epistêmicas são mobilizadas por alunos de um 9º do Ensino Fundamental no desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática com experimentação?*

Para trazer resultados à nossa investigação, nesse artigo, além dessa introdução, apresentamos a fundamentação teórica relativa à Modelagem Matemática na Educação Matemática, à experimentação e às operações epistêmicas. Na sequência, tratamos dos aspectos metodológicos. A partir de uma descrição da atividade, levando em consideração a questão de pesquisa, estabelecemos nossas análises. Por fim, trazemos as considerações finais e as referências que subsidiaram a construção deste texto.

2. Quadro teórico

Na Educação Matemática, a Modelagem Matemática consiste em uma das tendências metodológicas que promove a aproximação de alunos a atividades investigativas com o intuito de mobilizar conhecimentos ou mesmo introduzir novos conceitos matemáticos a partir de situações oriundas de dados reais.

Para Almeida, Silva e Vertuan (2012, p. 9) a “Modelagem Matemática constitui uma alternativa pedagógica em que se aborda, por meio da Matemática, um problema não essencialmente matemático”. Neste contexto, o desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática parte de uma situação inicial (problemática) e chega a uma situação final (solução para o problema), sendo intermediada por procedimentos matemáticos e extra matemáticos que se configuram em fases.

Os autores supracitados aclaram que uma atividade de modelagem matemática se inicia pela fase de inteiração, delimitando o primeiro contato do aluno (modelador) com a situação-problema que se pretende investigar. Em seguida, na fase de matematização, ocorre a transformação da linguagem natural para uma linguagem matemática que seja capaz de representar a situação. Na fase de resolução, ocorre a construção de um modelo matemático, que consiste em um conjunto de símbolos e representações de cunho matemático capaz de relacionar os principais elementos de uma situação real (Blum, Niss, 1991). A fase seguinte é caracterizada pela interpretação de resultados oriundos da aplicação dos modelos matemáticos e, por fim, na fase de validação do modelo avalia-se a adequação da solução obtida. Caso o modelo matemático deduzido não atenda às necessidades da situação, se faz necessário retornar o processo em alguma das fases anteriores, evidenciando a não linearidade e os movimentos de “ida e vinda” da atividade.

Consideramos que, os encaminhamentos de uma atividade de modelagem, se aproximam de uma abordagem investigativa, uma vez que o seu desenvolvimento

não se dá por meio da aplicação de procedimentos estruturados (Borges, 2002). Dentre os diferentes engajamentos para a coleta de dados e informações para subsidiar a proposição de soluções razoáveis, a realização de experimentos surge enquanto uma possibilidade para a elaboração de conjecturas e obtenção de resultados matemáticos.

A experimentação no âmbito do Ensino vem sendo amplamente difundida no decorrer das últimas décadas nas diferentes áreas de conhecimento e, em especial, no ensino de Matemática (Borba, Villarreal, 2005, Greefrath, Siller, Weitendorf, 2011, Carreira, Baioa, 2011, Carreira, Baioa, 2018, Almeida, Silva, Borssoi, 2021). Ao olharmos para tais pesquisas, nos parece haver uma unanimidade quanto à necessidade de promoção de métodos de aprendizagem que valorizem a participação ativa e a interação por parte dos estudantes. Segundo Feitosa, Leite e Freitas (2011), a experimentação se mostra ser particularmente importante quando permite ao estudante utilizar-se de sua percepção qualitativa e quantitativa acerca de determinado fenômeno em prol do aprendizado científico, tecnológico e matemático.

Neste sentido, o desenvolvimento de experimentação em sala de aula pode apresentar potencialidades para o ensino e a aprendizagem. Laború (2006) argumenta que essas atividades promovem a transição entre o abstrato e o concreto, entre os aspectos teóricos decorrentes de conceito científico e seus concomitantes práticos evidenciados em determinado fenômeno. Bassoli (2014, p. 583) afirma que a experimentação promove a “discussão de ideias, elaboração de hipóteses explicativas e experimentos para testá-las”. Deste modo, entendemos que, por meio da experimentação, o aluno seja capaz de mobilizar diversos tipos de conhecimentos, ao passo que desenvolve seu senso crítico.

Na literatura existem diferentes configurações para a condução da experimentação. Suart e Marcondes (2009) destacam três momentos distintos: pré-laboratório, laboratório e pós-laboratório. O momento pré-laboratório engloba ações de definição e contextualização do problema a ser investigado experimentalmente, bem como na proposição de um protocolo a ser seguido na condução do experimento. O momento laboratório é constituído pelos procedimentos experimentais realizados, com base na manipulação de materiais e/ou reagentes necessários de modo a se evidenciar um fenômeno. Já no momento pós-laboratório são conduzidas as análises dos resultados obtidos, bem como correlações com os aspectos teóricos mobilizados.

Ao nos atentarmos para as potencialidades da realização de experimentação em sala de aula, podemos traçar paralelos com o encaminhamento de uma atividade de Modelagem Matemática. Segundo Heidemann, Araújo e Veit (2012), a experimentação pode ser utilizada em prol da situação problemática a ser investigada, a partir da análise de informações, variáveis e dados coletados experimentalmente acerca de determinado fenômeno, permitindo a realização de predições acerca do mesmo. Desta forma, ao considerar a relação entre experimentação e Modelagem Matemática, um aluno “raciocina sobre o problema proposto e procura respostas para sua solução a partir da proposição de hipóteses e análise dos dados, manifestando assim, suas habilidades de cognição” (Suart, Marcondes, 2009, p. 51-52).

A Modelagem Matemática, assim, pode ser considerada enquanto uma “ponte” entre os conhecimentos matemáticos e os conhecimentos científicos, permitindo ao aluno contemplar uma visão integradora de seus currículos, à medida que enxerga

na Matemática uma possibilidade de investigação de um problema oriundo do mundo real (Carreira, Baioa, 2018).

Ao considerarmos a natureza da experimentação, é possível observar que existe certa exigência do envolvimento epistemológico por parte do aluno, isto é, o envolvimento de noções de realidade, de método, de conhecimento científico e das relações entre distintos conhecimentos (Silva, Laburú, 2016). Logo, a análise dos argumentos dos estudantes pode fornecer informações valiosas acerca de sua relação com os conhecimentos.

A construção de conhecimentos consiste um dos elementos primordiais no ensino e na aprendizagem. De acordo com Lemke (1998), essa construção pode ser decorrente de gestos, ações e elementos culturais observados na sociedade. Segundo Sasseron e Carvalho (2011), a linguagem pode ser considerada como uma forma de potencializar o entendimento de um aluno acerca de determinado tema, uma vez que explicita o raciocínio utilizado, bem como os conhecimentos já construídos. Uma das formas de se evidenciar os conhecimentos dos alunos é por intermédio da argumentação. Para Jiménez-Aleixandre, Rodríguez e Duschl (2000), a argumentação pode estar relacionada com o processo de tomada de decisões, enquanto uma estratégia de raciocínio na qual os dados, as evidências e os saberes constituem as bases que conduzem à aprendizagem.

Levando em consideração a argumentação no contexto escolar, Silva (2008) propôs uma ferramenta analítica para evidenciar as relações estabelecidas entre as formas de ação e pensamento que são apresentadas pelos estudantes para a construção de conhecimentos. Tais formas de ação são denominadas de operações epistêmicas e encontram-se relacionadas com a produção e avaliação do saber. No Quadro 1 apresentamos uma descrição sucinta sobre as operações epistêmicas.

Operação epistêmica	Descrição
Descrição	Abordar um sistema, objeto ou fenômeno, em termos de características de seus constituintes ou dos deslocamentos espaço-temporais desses constituintes.
Explicação	Estabelecer relações entre fenômenos e conceitos, importando algum modelo ou mecanismo causal para dar sentido aos fenômenos.
Generalização	Elaborar descrições ou explicações que são independentes de um contexto específico.
Comparação	Reconhecer semelhanças e diferenças entre objetos, fenômenos ou classes desses aspectos de um ou mais sistemas.
Analogia	Utilizar um conteúdo ou situação familiar aos alunos para tornar um conteúdo mais claro.

Quadro 1. Operações epistêmicas evidenciadas na argumentação. **Fonte:** adaptado de Silva (2008).

Para Sasseron e Carvalho (2011), a ocorrência de operações epistêmicas, para além de atuar enquanto elemento caracterizador da condução da argumentação, confere coerência e consistência ao argumento. Logo, a mobilização destas operações pode fornecer evidências acerca do desenvolvimento cognitivo dos estudantes frente a um problema.

Corroborando com este entendimento, Almeida e Malheiro (2020) afirmam que as operações epistêmicas podem representar atitudes direcionadas à resolução de problemas, evidenciando a produção do conhecimento. Desta forma, a construção de conceitos e ideias acerca de fenômenos e situações em investigação pode ser evidenciada a partir da atuação do aluno.

Com isso, entendemos que a criação de um ambiente que permita a investigação e a resolução de problemas de maneira colaborativa é vista como uma forma de se incentivar a argumentação e, conseqüentemente, proporcionar operações epistêmicas. Neste sentido, planejamos e implementamos uma atividade de modelagem matemática com alunos de um 9º ano do Ensino Fundamental em que a experimentação se fizesse presente por meio de coleta e análise de dados empíricos.

3. Aspectos metodológicos

Considerando nosso interesse em evidenciar operações epistêmicas mobilizadas no desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática com experimentação por alunos do 9º ano do Ensino Fundamental, planejamos uma atividade de modelagem considerando os três momentos de condução da experimentação (Suart, Marcondes, 2009).

A temática reação química de um comprimido efervescente foi escolhida pelo professor, que doravante nos referimos por Prof, e consistia na segunda atividade de modelagem desenvolvida com os 15 alunos da turma de 9º ano de uma escola particular de um município localizado no interior do estado do Paraná, no Brasil. A abordagem sobre reação química fazia parte da matriz curricular da disciplina de Ciências Naturais que também era ministrada pelo Prof.

A escola era equipada com laboratório de Ciências em que atividades experimentais se faziam presentes de acordo com a necessidade dos professores. No Quadro 2 apresentamos os momentos de condução da experimentação, a descrição das ações empreendidas e a quantidade de aulas da disciplina de Matemática destinada para a atividade de modelagem.

Momento	Ações empreendidas	Quantidade de aulas
Pré-laboratório	Apresentação e discussão da temática reação química. Determinação dos procedimentos a serem investigados experimentalmente.	1
Laboratório	Realização de experimentos sobre a velocidade de reação de efervescência pelos alunos organizados em quatro grupos.	2
Pós-laboratório	Dedução e validação do modelo matemático.	3

Quadro 2. Experimentação nas aulas de Matemática – ações empreendidas. **Fonte:** Elaborado pelos autores.

As ações empreendidas pelos alunos e que constam da segunda coluna do Quadro 2 foram registradas por meio de gravações em áudio e vídeo. Para isso, foram solicitadas autorizações assinadas pela escola e pelos responsáveis pelos alunos. Para subsidiar nossa investigação, lançamos mão das transcrições na íntegra dos áudios, de descrições de ações relativas a gestos capturadas nos vídeos, registros escritos dos alunos e diário de campo do professor (primeiro autor deste artigo). Vale

ressaltar que os resultados abordados nesta investigação fazem parte de uma pesquisa de mestrado do primeiro autor (ARAKI, 2020), orientado pela segunda autora e cujas análises foram mediadas com a participação do terceiro autor.

No corpo do texto, os alunos são referenciados por A1, A2, ..., A15 de forma a garantir o anonimato dos mesmos. Os alunos desenvolveram majoritariamente as ações do momento laboratório e pós-laboratório em grupos: G1 formado por A2, A3, A9 e A13; G2 formado por A1, A10, A14 e A15; G3 formado por A4, A5, A6 e A11; e o G4 com a participação de A7, A8 e A12.

Cada grupo ficou encarregado em encaminhar uma investigação considerando a influência da variação no volume de água (G1); a influência da variação na massa de comprimido (G2); a influência da variação na temperatura da água (G3); a influência da variação nas dimensões do recipiente em (G4) e o tempo de reação de efervescência. Considerando a argumentação dos alunos, elegemos para análise os empreendimentos de G1 e G2.

A característica que delineou a análise de nossa investigação é de natureza qualitativa e de cunho interpretativo que, segundo Creswell (2007), trata-se de um meio para explorar e entender o significado que os indivíduos em grupos ou não concedem a um problema humano ou social.

4. Descrição da atividade tempo de reação química de pastilha efervescente

Para o *momento pré-laboratório* da atividade foi destinada uma aula para a introdução e discussão do conceito de reação química e os fatores capazes de influenciar a velocidade de uma reação. O Prof encaminhou os alunos ao laboratório de Ciências da escola e lhes apresentou uma situação na qual um medicamento na forma de comprimido efervescente era introduzido em um copo contendo água.

Ao término da reação, o Prof direcionou algumas indagações aos alunos, de modo que argumentassem acerca do fenômeno observado. Os alunos pareciam reconhecer o princípio de funcionamento do comprimido, em que pequenas bolhas de gás eram liberadas durante a reação. Entretanto, o fundamento por detrás da liberação de gás ainda era desconhecido, conforme transcrição:

Prof: O que aconteceu com o comprimido assim que eu o coloquei no copo com água?

A10: Ele começou a borbulhar.

Prof: Sim, existe a liberação de gás. Mas vocês sabem qual gás está sendo liberado?

A9: Oxigênio?

Prof: Não é gás oxigênio. É o mesmo gás que é liberado em refrigerantes e na água com gás... [os alunos não souberam responder] O mesmo gás que é liberado quando respiramos.

A4: Gás carbônico.

Prof: Isso. E vocês saberiam explicar o motivo por trás dessa liberação de bolhas? [os alunos não souberam responder]

Ao notar o desconhecimento dos alunos sobre o fenômeno em questão, o Prof sugeriu que fossem formados quatro grupos para o prosseguimento da atividade e, assim, analisassem a embalagem do comprimido, em busca de informações acerca da composição do medicamento, indicações e modo de uso. Com isso, os alunos puderam observar que se tratava de um medicamento indicado para o tratamento de azia e dor de cabeça e era composto, majoritariamente, por bicarbonato de sódio (1854 mg), carbonato de sódio (400 mg), ácido acetilsalicílico (325 mg) e ácido cítrico (1413 mg). Ainda, havia a indicação do modo de uso recomendado: dissolução de um ou dois comprimidos em um copo pequeno de água (200 mL) até a efervescência completa.

Com base nas informações levantadas pelos alunos a partir da análise da embalagem, o Prof explicou que, ao entrar em contato com a água, ocorre a solubilização dos reagentes presentes no comprimido, culminando em sua reação e eventual formação de dióxido de carbono (CO_2). Por se tratar de um gás, o mesmo era liberado do sistema na forma de pequenas bolhas. A partir dessa inteiração, continuou-se o encaminhamento da atividade:

Prof: Como uma pessoa sabe que a reação terminou e pode ingerir o medicamento?

A2: Quando não tiver mais bolhas?

Prof: Mas se vocês olharem para o copo é possível observar que ainda existem pequenas bolhas de CO_2 ali.

A4: É quando o comprimido some.

Prof: Como assim?

A4: O comprimido vai 'derretendo' conforme vai passando o tempo. Até chegar a um ponto onde ele "derrete" por completo.

Prof: Não é bem um derretimento. Na verdade a água irá solubilizar o comprimido.

A6: Quando o comprimido solubilizar por inteiro a pessoa sabe que é hora de tomar.

Prof: Sim, a reação termina quando o comprimido estiver inteiramente dissolvido.

Diante das explicações do Prof, parece ter se configurado o uso de um argumento para que uma explicação do fenômeno de solubilização ocorresse tanto que A6 substituiu o termo *derretendo* utilizado por A4 para o termo *solubilizar* utilizado por Prof, relacionando evidências e dados (Toulmin, 2001).

Considerando a efervescência do comprimido, o Prof propôs aos alunos que formulassem hipóteses acerca dos fatores que pudessem influenciar na velocidade de reação. Na experimentação, a elaboração de hipóteses explicativas possibilita um entendimento do fenômeno em estudo (Bassoli, 2014) e, no contexto da Modelagem, pode subsidiar a dedução do modelo matemáticos (Almeida, Silva, Vertuan, 2012).

No *momento laboratório*, ao longo de duas aulas de Matemática, os grupos conduziram os procedimentos da experimentação relativos à coleta de dados quantitativos que poderiam oportunizar o aprendizado científico, tecnológico e matemático (Feitosa, Leite, Freitas, 2011). No laboratório de Ciências da escola, o Prof auxiliou os alunos a organizarem os materiais necessários para a condução de seus testes. De maneira a evitar eventuais erros na coleta de dados, o Prof sugeriu que cada teste deveria ser repetido três vezes, a fim de se obter um tempo médio de reação.

De modo a investigar a influência do volume de água no tempo de reação, G1 investigou o tempo de reação ao utilizar volumes de 200, 400 e 600 mL de água. Em seus testes, o grupo utilizou água em temperatura ambiente e os comprimidos tiveram a massa aferida. A Figura 1 apresenta um dos testes conduzidos pelo grupo em suas investigações e a Tabela 1 os dados coletados.



Figura 1. Teste realizado por G1.

Fonte: Dos autores (2020).

Volume de água (mL)	Tempo de efervescência (s)	Tempo médio de reação (s)
200	48,90	48,81
	45,83	
	45,69	
400	37,80	36,83
	35,90	
	36,78	
600	28,71	30,96
	30,78	
	33,38	

Tabela 1. Tempos de reação encontrados por G1.

Fonte: Relatório dos alunos.

O G2 buscou investigar a influência da variação da massa de comprimido no tempo de reação. Em cada teste foi utilizado um volume de 200 mL de água em temperatura ambiente. O solvente, então, era disposto em um béquer, ao qual foram adicionados 4,0, 8,0 e 12,0 gramas de comprimido. Essas massas foram escolhidas de modo a utilizar comprimidos inteiros, sem a necessidade de quebrá-los antes de sua utilização. A Figura 2 apresenta um dos testes realizado por G2, enquanto os tempos de reação encontrados estão apresentados na Tabela 2.



Figura 2. Teste realizado por G2.

Fonte: Dos autores (2020).

Massa do comprimido (g)	Tempo de efervescência (s)	Tempo médio de reação (s)
4,0	44,28	41,31
	39,76	
	39,88	
8,0	45,20	43,93
	42,22	
	44,38	
12,0	44,15	49,06
	52,43	
	50,60	

Tabela 2. Tempos de reação encontrados por G2.

Fonte: Relatório dos alunos.

Ao término do momento laboratório de cada grupo, o professor iniciou uma discussão com todos os alunos, de modo a refletirem acerca dos dados encontrados em cada teste, conforme transcrição a seguir:

Prof: Agora que todos finalizaram os testes, o que vocês puderam perceber? Começando com o G1, o que aconteceu com o tempo de reação nos seus testes?

A2: Quanto mais água havia no béquer, menor foi o tempo.

A3: Com 600 mL (de água) o tempo foi o menor.

Prof: Certo. G2.

A9: O tempo aumentou quando nós colocamos mais comprimidos.

Prof: Então qual foi a relação que vocês observaram entre o tempo de reação e a massa de comprimido?

A1: Quanto maior a quantidade, a massa de comprimido, mais tempo demorou.

A identificação de relações causais por parte dos alunos poderia indicar um princípio de mobilização do pensamento funcional, ao passo que reconheciam a dependência entre grandezas, bem como uma possível generalização para o que seria um modelo matemático que pudesse representar cada situação-problema – volume de água e quantidade de massa do comprimido. O que podemos conjecturar, com isso, é de que tal princípio, ainda que implícito, pode servir de subsídio para as etapas subsequentes da atividade, sobretudo no que se refere à dedução de um modelo matemático (Almeida, Ramos, Silva, 2021).

O término das discussões demarcou também o término do momento laboratório. Com isso, o professor propôs que os grupos refletissem acerca do tempo de reação quando considerados outros valores para as grandezas de estudo, tomando como base os dados encontrados experimentalmente. Tal reflexão seria explorada no próximo momento da atividade.

Assim, o *momento pós-laboratório* aconteceu no decorrer de três aulas, nas quais cada grupo ficou encarregado por explorar o fenômeno observado no momento anterior. Para investigar a relação entre o tempo de reação e o volume de água, o professor sugeriu que os alunos determinassem o tempo necessário para que um comprimido reagisse completamente, quando utilizados volumes de 100 e 800 mL de água. Para tanto, utilizando os tempos encontrados experimentalmente, o professor solicitou que os alunos construíssem um gráfico, auxiliando a visualização do comportamento das grandezas.

Prof: Gente, vocês lembram qual era a situação que vocês analisaram? Vocês irão fazer um gráfico. Como isso pode ser feito?

A2: O tempo dependia do volume.

Prof: Se o tempo depende do volume, como representaríamos isso em um gráfico?

A2: No eixo x vai o tempo e no y vai o volume?

Prof: Será? O que vocês acham? [os alunos não respondem] Vocês se lembram da função afim? A partir de um valor de x a gente encontra um valor de y. E nessa situação, como ficaria?

A3: Pelo volume a gente encontra o tempo.

A2: Então o volume vai no eixo x e o tempo vai no eixo y!

Prof: Sim. Se o tempo depende do volume, os valores do tempo estarão no eixo das ordenadas, o eixo y. Já os valores do volume ficarão no eixo das abscissas.

Com a definição dos eixos, o grupo construiu manualmente o gráfico em uma cartolina (Figura 3), denotando os pares ordenados encontrados por meio dos testes feitos no momento laboratório. Por meio da visualização dos pontos no plano cartesiano, os alunos traçaram uma curva e logo perceberam que não poderiam fazer uso de uma função afim para representar o fenômeno, como haviam estudado em aulas anteriores ao desenvolvimento dessa atividade de modelagem. A transcrição que segue corresponde a argumentos de comparação elucidados pelos integrantes de G1 e Prof:

Prof: O que está acontecendo com os pontos de vocês?

A2: Ele está diminuindo...

A13: Quanto maior o volume de água, menor o tempo.

Prof: Agora prestem atenção na variação dos dados.

A13: De 200 [mL] para 400 [mL] mudou 10 segundos.

Prof: E de 400 mL para 600 mL?

A13: 6 segundos.

Prof: Então o que aconteceu?

A13: A variação não é a mesma.
Prof: Então como vai ficar o gráfico?
A3: O gráfico não vai ficar uma reta bonitinha.
A2: Ele vai ficar meio arredondado?

Prof: Se não for possível ligar os pontos usando uma única reta, é preciso fazer outra curva.

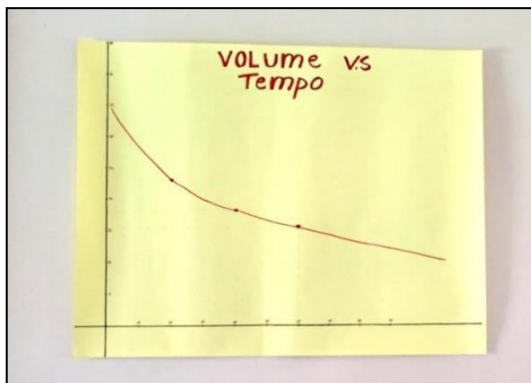


Figura 3. Modelo Matemático deduzido pelo G1.

Fonte: Relatório dos alunos.

Retornando ao problema definido no início do momento pós-laboratório, os alunos recorreram ao gráfico para a determinação do tempo de reação para volumes de 100 e 800 mL de água. O que podemos conjecturar é que o gráfico se configurou como um modelo matemático para que os alunos estabelecessem suas interpretações, conforme transcrição a seguir:

A13: Se 200 [mL] deu 46,80 [s], então para 100 mL vai dar a metade disso aproximadamente.

A3: Que?

A13: Tipo, vai ser 46,80 [s] mais a metade, mais... 23,40 [s].

A2: Eu acho que não pode ser desse jeito... Se for 70 segundos, ele não vai ficar no gráfico.

A3: Sim. A gente vai ter que ver quanto que tá variando. Aqui no 200 [mL], para chegar ao 400 [mL], diminuiu 10 [s]. Do 400 [mL] para chegar ao 600 [mL] diminuiu só 6 [s].

A13: Mas por que então em 100 [mL] não pode ser 70 [s]?

A3: É por isso, A13. Olha no gráfico. Se for 70 [s], ele vai ficar muito para cima!

A2: Se for olhar com a régua, vai dar mais ou menos 50 e alguma coisa...

Logo, com o auxílio do gráfico, o grupo estimou que, para volumes de 100 e 800 mL de água, os tempos de reação seriam 55 e 28 segundos, respectivamente. Para validar os resultados, o grupo realizou novos experimentos, considerando os volumes de 100 mL e 800 mL. Nos novos testes, o grupo encontrou tempos médios de 53 segundos, para um volume de 100 mL, e 26 segundos, para o volume de 800 mL.

Para investigar a influência da massa de comprimido no tempo de reação, o Prof propôs que os alunos determinassem o tempo necessário para a reação com 16 gramas de comprimido. Para tanto, a princípio, orientou uma discussão com o G2, acerca do fenômeno observado experimentalmente:

Prof: Certo, vocês utilizaram diferentes massas de comprimido. O que vocês puderam evidenciar?

A1: A massa influenciou no tempo para o comprimido derreter.

A14: Sim, quanto mais comprimidos eram colocados, mais demorada era a reação.

Prof: E o contrário se aplica?

A14: Sim. Se tiver menos comprimido, era mais rápido.

Prof: E vocês saberiam contextualizar esse fenômeno com outra situação do dia-a-dia?

A5: Como assim?

Prof: Em que outra situação a massa acrescentada pode interferir na velocidade de reação? [os alunos não souberam responder] Tudo bem. Eu quero que vocês representem os valores que vocês encontraram em um gráfico. Para isso, vocês podem usar uma cartolina.

A14: Pode ser um gráfico de colunas?

Prof: Melhor não. É melhor fazer um gráfico de linhas mesmo. Para isso, precisamos definir os eixos. Ideias?

A4: No eixo das abscissas colocamos a massa. E no outro, o tempo. É isso?

Prof: Sim.

Inicialmente, evidenciamos que o grupo utilizou da consistência dos dados encontrados experimentalmente, culminando na causalidade em seus argumentos (quanto mais comprimidos eram colocados, mais demorada era a reação / se tiver menos comprimido, era mais rápido). Entretanto, quando o Prof propôs ao grupo a contextualização do fenômeno observado em outras situações, o grupo não obteve sucesso. Os argumentos relativos à exemplificação nesta experimentação não foram mobilizados pelos alunos, mesmo que solicitados pelo professor. Porém, não podemos afirmar que é uma falha dos alunos em articular o fenômeno com outros já estudados. Na atividade de modelagem, os encaminhamentos dependem “do conhecimento que estudantes e professores possuem e dos objetivos com que a realizam” (Almeida, Ramos, Silva, 2021, p. 3). O que podemos conjecturar é que as intervenções do Prof deveriam ter sido alteradas se o seu objetivo era com que os alunos apresentassem exemplificações específicas, porém Prof finda a abordagem – “Tudo bem” – alterando o encaminhamento.

A partir dessa discussão inicial, os alunos procederam com a construção do gráfico e a localização de seus pares ordenados. Entretanto, foi possível perceber que o grupo teve dificuldade, ao passo que foi necessária uma nova intervenção:

Prof: Qual é o problema?

A15: Aqui nos pares ordenados, é só ligar?

Prof: Como assim?

A15: Fazer uma reta para ligar os pontos?

Prof: Mas vocês irão conseguir conectar todos os pontos usando uma só reta?

A14: Não.

Prof: Vamos por partes. Nós não conseguimos ligar todos os pontos usando uma única reta, igual os gráficos que eram feitos quando estávamos estudando função afim. Isso indica que a variação que está ocorrendo não é constante. Então os pontos não formam uma reta propriamente dita.

A15: Então vai ser o quê?

Prof: Pensem... Quando aumentava a massa, o tempo aumentava. Mas esse acréscimo não era uniforme. Vocês perceberam que entre um e dois comprimidos teve uma diferença de quase 3 segundos. Já entre dois e três comprimidos a diferença foi maior que isso. O que isso quer dizer?

A14: Que a diferença tá aumentando. No começo o tempo aumentou um pouco, mas depois foi aumentando mais.

Prof: Então como seria o gráfico?

A1: No começo do gráfico o tempo sobe um pouco. Depois ele sobe mais.

Com as intervenções, os alunos puderam definir os procedimentos que achavam necessários para a construção do gráfico (Figura 4). O gráfico, articulado com as explicações de A1 (*No começo do gráfico o tempo sobe um pouco. Depois ele sobe mais*) correspondeu a uma representação matemática do fenômeno em estudo em que foi possível relacionar os principais elementos de uma situação real (Blum, Niss, 1991).

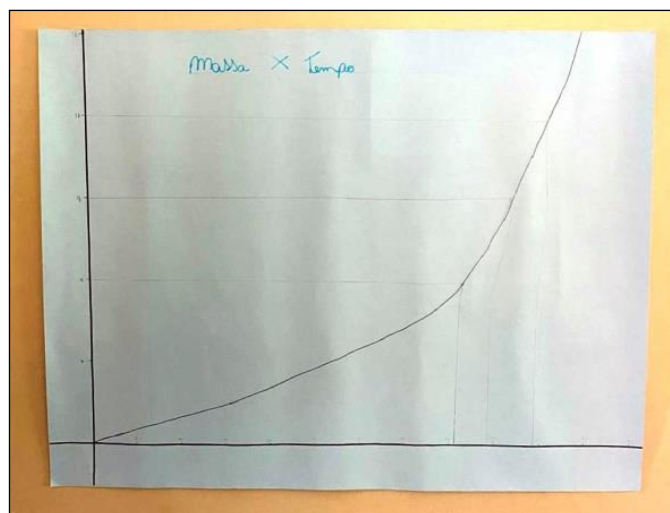


Figura 4. Modelo matemático deduzido por G2.

Fonte: Relatório dos alunos.

Com o auxílio do gráfico, o grupo buscou determinar qual seria o tempo necessário para que 16,0 gramas de comprimido reagissem por completo. Tal como ocorreu com G1, os integrantes de G2 também utilizaram os conhecimentos acerca da leitura de gráficos para identificar o tempo necessário. Assim, pelo gráfico, o grupo obteve um tempo de aproximadamente 60 segundos.

De modo a validar essa informação, os alunos realizaram um novo experimento, considerando a massa de 16 gramas, encontrando um tempo médio de 58,42 segundos. Por se tratar de um valor próximo ao encontrado graficamente, os alunos consideraram o modelo válido.

5. Discussão dos resultados

Partindo da classificação proposta por Suart e Marcondes (2009), podemos evidenciar que os momentos da experimentação encontraram-se bem demarcados no desenvolvimento da atividade: no *momento pré-laboratório* evidenciamos a definição e a contextualização do problema a ser investigado (apresentação e discussão acerca da reação de efervescência); o *momento laboratório* foi demarcado pelos procedimentos experimentais (realização dos experimentos envolvendo a variação de grandezas na reação de efervescência); e o *momento pós-laboratório* foi subsidiado pela análise dos resultados e correlação com aspectos teóricos, envolvendo a dedução de um modelo matemático acerca de determinado problema.

Ainda, ao relacionarmos os momentos da atividade experimental com o conceito de atividade de modelagem matemática proposto por Almeida, Silva e Vertuan (2012), podemos evidenciar que, em ambos os contextos, a determinação da situação inicial (problemática) pode ser contemplada no momento pré-laboratório, ao passo que a determinação de uma situação final (solução para o problema) foi obtida no momento pós-laboratório da atividade.

O Prof, com o intuito de inteirar os alunos com a temática a ser investigada, empreendeu, por meio do diálogo, a descrição do fenômeno trazendo à tona o interesse em investigar a temática. No momento *pré-laboratório*, o desconhecimento acerca do tema fez com que a proporcionalidade tivesse maior destaque, em detrimento à cinética química, necessitando de uma explicação por parte do Prof,

como observado na discussão que se fez presente acerca dos fatores que poderiam influenciar no tempo de reação. O mesmo pode ser observado no decorrer do *momento laboratório*, no qual a proporcionalidade e as discussões referentes ao estudo de funções foram predominantes, enquanto o estudo de soluções acabou sendo pouco mencionado. Quanto ao *momento pós-laboratório*, evidenciamos que a recorrência das discussões acerca de funções, proporcionalidade e estudo de gráficos influenciaram no desenvolvimento da atividade e tiveram como empreendimento principal a intencionalidade de generalização para se chegar a uma solução para o problema. A representação gráfica – modelo matemático – foi feita por solicitação do Prof e contou com argumentos relativos à comparação entre o comportamento do fenômeno observado e o matematizado. A percepção de que um modelo linear não representava a situação foi subsidiada por analogias com o comportamento dos dados.

De forma geral, as diferentes operações epistêmicas evidenciadas nas argumentações contribuíram para o estabelecimento de relações entre objetos e fenômenos aos conhecimentos prévios dos alunos (Silva, 2008), a partir da busca por padrões e regularidades no decorrer da atividade. Tal busca, por sua vez, possibilitou a matematização da experimentação em que os alunos fizeram representações matemáticas que permitiram fazer previsões para a situação inicial. Essas representações, até certa extensão, apresentaram características de cunho matemático, ou seja, consistem em um modelo matemático (Blum, Niss, 1991). Além disso, as representações deram forma à solução do problema (Almeida, Vertuan, 2014).

Aspectos decorrentes do próprio estudo sobre reações químicas, cinética química e soluções, por exemplo, não foram utilizados pelos alunos na busca pela determinação do problema investigado. Uma das justificativas para isso vem a ser o fato de se tratar de conteúdos que não fazem parte do currículo da disciplina de Ciências Naturais para o 9º ano do Ensino Fundamental, como sugerido pela Base Nacional Comum Curricular (Brasil, 2020). Ainda, o Prof optou em não abordar tal conteúdo no decorrer da atividade. Isso está em consonância com o fato de que a implementação de atividades de modelagem matemática em sala de aula assume “diferentes configurações, dependendo do conhecimento que estudantes e professores possuem e dos objetivos com que a realizam” (Almeida, Ramos, Silva, 2021, p. 3).

No encaminhamento da atividade de modelagem com experimentação, as operações epistêmicas foram mediadas e requeridas pelo professor cujas intervenções orientaram as argumentações e a obtenção de uma solução para cada um dos problemas investigados em sala de aula pelos alunos.

Por meio de uma inteiração com o fenômeno de reação química de efervescência, o Prof solicitou que os alunos descrevessem o que haviam observado – *O que aconteceu com o comprimido assim que eu o coloquei no copo com água?*. Com isso, requereu a operação epistêmica de descrição, visto que os alunos apresentaram uma resposta em que não houve a necessidade de estabelecer uma articulação com conteúdos científicos – *Ele começou a borbulhar* resposta de A10 para questionamentos de Prof na inteiração).

A explicação foi requerida pelo Prof tanto na inteiração com a temática investigada – *E vocês saberiam explicar o motivo por trás dessa liberação de bolhas?*

– em que os alunos fazem uso de termos científicos para explicar o que estava acontecendo com o fenômeno – *Quando o comprimido solubilizar por inteiro a pessoa sabe que é hora de tomar* (resposta de A6 para questionamentos de Prof na inteiração) –, quanto na matematização – *Então qual foi a relação que vocês observaram entre o tempo de reação e a massa de comprimido?* – em que os alunos estabeleceram relações matemáticas para o que estavam experienciando – *Quanto maior a quantidade, a massa de comprimido, mais tempo demorou* resposta de A1 para questionamentos de Prof na matematização).

Com a resolução na qual emergiu um modelo matemático para o fenômeno, as operações epistêmicas de analogia e generalização se fizeram presentes. Por meio de uma análise do comportamento dos pontos no plano cartesiano – *Agora prestem atenção na variação dos dados* – o Prof requereu dos alunos a operação epistêmica de analogia, uma vez que já tinham conhecimento da representação gráfica da função afim – *O gráfico não vai ficar uma reta bonitinha* (resposta de A3 para questionamentos de Prof na resolução). A generalização consistiu no fato de os alunos considerarem o modelo gráfico como uma representação do fenômeno em estudo para obter uma solução para outros valores requeridos por Prof.

A obtenção dos valores requeridos por Prof fez emergir a necessidade de comparar os resultados estimados com os obtidos experimentalmente por meio de novas coletas de dados. Desse modo, a operação epistêmica de comparação se fez presente na interpretação de resultados e validação.

Na Figura 5 trazemos uma síntese das operações epistêmicas evidenciadas no decorrer da atividade. As ações evidenciadas na cor verde correspondem ao momento pré-laboratório; na cor roxa, o momento laboratório; e na cor laranja, as ações referentes ao momento pós-laboratório da atividade.

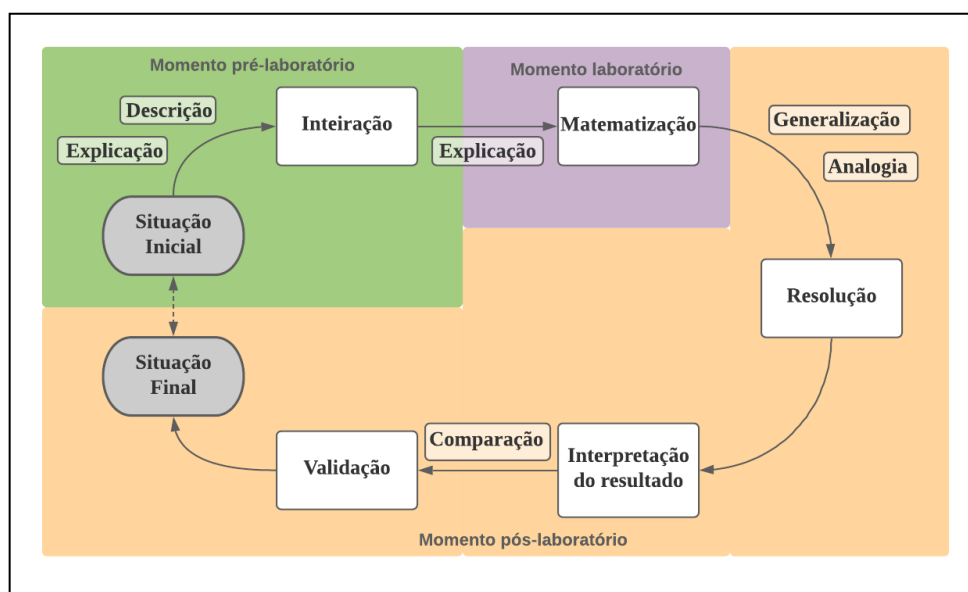


Figura 5. Operações epistêmicas evidenciadas na atividade.

Fonte: Elaborado pelos autores.

O que podemos conjecturar é que as operações epistêmicas se fizeram presentes no desenvolvimento de uma atividade de modelagem com experimentação, por meio de intervenções docentes. Com isso, fica evidente a dependência do

professor enquanto orientador em uma atividade de modelagem em que se intentou evidenciar a argumentação dos alunos.

6. Considerações finais

Tratar de experimentação em aulas de Matemática com alunos do 9º ano do Ensino Fundamental, até certa extensão, possibilitou um transitar entre diferentes áreas do conhecimento, como a Matemática e a Química, de forma que, em alguns momentos, estas se difundiram e conhecimentos de uma subsidiaram os da outra.

O que podemos conjecturar, analisando o desenvolvimento da atividade, é que, de fato, os alunos “têm a oportunidade de aprender fazendo” (Carreira, Baioa, 2011, p. 214), ou mesmo revisitar o que já foi aprendido de forma a potencializar a resolução do problema em estudo (Almeida, Ramos, Silva, 2021).

Em nossa investigação, considerando o fato de que os alunos aprenderam fazendo, trabalharam com materiais concretos e físicos, transitando do físico para o abstrato (Laburú, 2006), mobilizaram ações mentais ao investigar, é que evidenciamos, nas ações dos mesmos, características que emergiram do desenvolvimento de atividades de modelagem matemática com experimentação. Tais características foram evidenciadas por meio da argumentação e operações epistêmicas em três momentos da experimentação – pré-laboratório, laboratório e pós-laboratório – e, com isso, delineamentos para nossa questão de pesquisa foram ancorados.

Em aspectos gerais, evidenciamos que, no desenvolvimento da atividade, os alunos se depararam com situações-problema que poderiam tomar diferentes rumos, e possuir também diferentes soluções. Todavia, a operação de descrição articulada com a de explicação requerida e realizada em alguns momentos pelo professor foi primordial para o encaminhamento da atividade de modelagem com experimentação. A coleta de dados empírica no momento laboratório permitiu que os alunos realizassem comparações essenciais para a generalização empreendida no momento pós-laboratório. Deste modo, a atividade proporcionou oportunidade de os alunos realizarem simulações, previsões e aproximações, visando determinar um modelo matemático que descrevesse a situação em estudo.

O modelo matemático representado pelos gráficos construídos pelos alunos permitiu, a partir de uma generalização, subsidiada nas hipóteses comparativas entre os dados, uma compreensão do fenômeno em estudo. Isso denotou que, apesar de os alunos não terem o conhecimento científico necessário para o reconhecimento da reação química, encontraram na Matemática uma alternativa para se investigar situações específicas com o auxílio e as intervenções do professor – *Se não for possível ligar os pontos usando uma única reta, é preciso fazer outra curva* (comentários de Prof para a representação gráfica); *E vocês saberiam contextualizar esse fenômeno com outra situação do dia-a-dia?* (questionamentos de Prof para alunos realizarem comparações).

Além das intervenções do professor, as interações entre os alunos do grupo permearam o desenvolvimento da atividade, principalmente no momento pós-laboratório – *Eu acho que não pode ser desse jeito...* (comentários de A2); *Sim, acho que tá certo* (comentários de A14). Concordamos que, assim como na Modelagem Matemática, as “atividades experimentais investigativas também têm o potencial de aumentar as relações sociais, atitudes e o crescimento cognitivo” (Suart, Marcondes, 2009, p. 70) entre estudantes que as desenvolvem, uma vez que são essencialmente

cooperativas. Para Almeida, Silva e Vertuan (2012, p. 25), “grupos de alunos orientados e estimulados pelo professor desenvolvem as atividades”.

O retorno ao momento laboratório se fez necessário para os alunos validarem os modelos matemáticos deduzidos no momento pós-laboratório, com as medidas de volume e de massa requeridas pelo professor. Por meio da analogia entre os valores calculados por meio do modelo matemático e aqueles próprios dos dados empíricos subsidiaram o convencimento dos alunos quanto à validade do modelo. A validação visa “ao desenvolvimento, nos alunos, da capacidade de avaliar esse processo de construção de modelos e os diferentes contextos de suas aplicações” (Almeida, Silva, Vertuan, 2012, p. 16).

Finalizamos esse artigo apontando que as características elucidadas não estão sedimentadas, podendo ser aprimoradas, complementadas ou mesmo reformuladas. Trabalhar experimentação em/com atividades de modelagem considerando contextos em que alunos frequentam os mesmos anos escolares denota um tópico para futuras investigações, bem como desenvolver experimentação considerando a mesma situação-problema em diferentes níveis de escolaridade. Investigações articulando tecnologia com atividades de modelagem com experimentação têm sido cunhadas no âmbito do grupo de estudos dos quais os autores são integrantes.

Referências

- Almeida, L. M. W., Ramos, D. C., Silva, K. A. P. (2021). Ensinar e aprender o fazer Modelagem Matemática: uma interpretação semiótica. *Ciência & Educação*, 27, 1-16. <https://www.scielo.br/j/ciedu/a/7ffYxkCyLxmSV94JxYXT5VN/>
- Almeida, L. M. W., Silva, K. A. P., Borssoi, A. H. (2021). Um estudo sobre o potencial da experimentação em atividades de modelagem matemática no ensino superior. *Quadrante*, 30(2), 123-146. <https://quadrante.apm.pt/article/view/23605>
- Almeida, L. M. W., Vertuan, R. E. (2014). Modelagem Matemática na Educação Matemática. In: Almeida, L. W., Silva, K. P. (orgs). *Modelagem em Foco*. Rio de Janeiro/Ciência Moderna, 1-21.
- Almeida, L. W., Silva, K. P., Vertuan, R. E. (2012). *Modelagem Matemática na educação básica*. São Paulo/Contexto.
- Almeida, W. N. C., Malheiro, J. M. S. (2020). Operações epistemológicas apresentadas na argumentação desenvolvida por estudantes durante uma atividade experimental investigativa de matemática. *Revista de Ensino de Ciências e Matemática*, 11(3), 264-285. <https://revistapos.cruzeirodosul.edu.br/index.php/rencima/article/view/2280>
- Araki, P. H. H. (2020). Atividades experimentais investigativas em contexto de aulas com modelagem matemática: uma análise semiótica (Dissertação de mestrado). Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, Paraná, Brasil. <http://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/handle/1/4898>
- Bassoli, F. (2014). Atividades práticas e o ensino-aprendizagem de ciência(s): mitos, tendências e distorções. *Ciência & Educação, Bauru*, 20(3), 579-593. <https://www.scielo.br/j/ciedu/a/Mt8mZziQcXTtK6bxR9Sw4Zg/abstract/?lang=pt>
- Blum, W., Borromeo Ferri, R. (2016). Advancing the teaching of mathematical modeling: Research based concepts and examples. In. NCTM Annual Perspectives in Mathematics Education. *Mathematical modeling and modeling mathematics*. Reston/NCTM, 65-76.

- Blum, W., Niss, M. (1991). Applied mathematical problem solving, modelling, applications, and links to other subjects – State, trends and issues in mathematics instruction. *Educational Studies in Mathematics*, 22(1), 37-68.
- Borba, M. C., Villarreal, M. E. (2005). *Humans-With-Media and the reorganization of mathematical thinking: information and communication technologies, modeling, experimentation and visualization*. New York/Springer.
- Borges, A. T. (2002). Novos rumos para o laboratório escolar de Ciências. *Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática*, 19(3), 291-313. <https://periodicos.ufsc.br/index.php/fisica/article/view/6607>
- Brasil. (2020). Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília: SEF, 2020.
- Carreira, S., Baioa, A. M. (2018). Mathematical modelling with hands-on experimental tasks: on the students' sense of credibility. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik – ZDM – The International Journal on Mathematics Education*, 50(1-2), 201-215.
- Carreira, S., Baioa, A. M. (2011). Students' Modelling Routes in the Context of Objects Manipulation and Experimentation in Mathematics. In: Kaiser, G., Blum, W., Borromeo Ferri, R., Stillman, G. (Eds). *Trends in Teaching and Learning of Mathematical Modelling*. New York/Springer, 211-220.
- Creswell, J. W. (2007). *Projeto de Pesquisa: métodos qualitativo, quantitativo e misto*. Trad. Luciana de Oliveira da Rocha. 3 ed. Porto Alegre/Artmed.
- Feitosa, R. A.; Leite, R. C. M.; Freitas, A. L. P. (2011). Projeto aprendiz: interação universidade-escola para realização de atividades experimentais no ensino médio. *Ciência & Educação*, 17(2), 301-320. <https://www.scielo.br/j/ciedu/a/crP38d3WWDqx7XCy9LZyH8x/abstract/?lang=pt>
- Greefrath, G., Siller, H.-S. (2017). Modelling and simulation with the help of digital tools. In: Stillman, G., Blum, W., Kaiser, G. (Eds). *Mathematical modelling and applications*. Dordrecht/Springer, 529-539.
- Heidemann, L. A., Araujo, I. S., Veit, E. A. (2012). Ciclos de modelagem: uma proposta para integrar atividades baseadas em simulações computacionais e atividades experimentais no ensino de Física. *Caderno Brasileiro de Ensino de Física*, 29(2), 965-1007. <https://periodicos.ufsc.br/index.php/fisica/article/view/2175-7941.2012v29nesp2p965>
- Hodson, D. (1994). Hacia un enfoque más crítico del trabajo de laboratório. *Enseñanza de Las Ciencias*, 12(3), 299-313.
- Jiménez-Aleixandre, M. P., Rodríguez, A. B., Duschl, R. A. (2000). "Doing the lesson" or "doing science": argument in high school genetics. *Science Education*, 84(1), 757-792.
- Laburú, C. E. (2006). Fundamentos para um experimento cativante. *Caderno Brasileiro de Ensino de Física*, 23(3), 382-404. <https://periodicos.ufsc.br/index.php/fisica/article/view/6268>
- Lemke, J. L. (1998). Multiplying meaning: visual and verbal semiotics in scientific text. In: Martin, J. R., Veil, R. (Eds.). *Reading Science*. London/Routledge, 87-113.
- Sasseron, L. H., Carvalho, A. M. P. (2011). Construindo argumentação na sala de aula: a presença do ciclo argumentativo, os indicadores de alfabetização científica e o padrão de Toulmin. *Ciência & Educação*, 17(1), 97-114. <https://www.scielo.br/j/ciedu/a/CyDQN97T7XBKkMtNfrXMwbC/abstract/?lang=pt>
- Silva, A. C. T. (2008). Estratégias enunciativa em salas de aula de química: Contrastando professores de estilos diferentes. 476 f. Tese Doutorado em Educação – Faculdade de Educação, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte.

- Silva, O. H. M.; Laburú, C. E. (2016). Implicações epistemológicas da aplicação de um método investigativo em aula experimental no ensino médio. *Revista Electrónica de Investigación en Educación en Ciencias*, 11(1), 31-39. http://www.scielo.org.ar/scielo.php?script=sci_abstract&pid=S1850-66662016000100004&lng=es&nrm=iso&tlng=pt
- Suart, R. C.; Marcondes, M. E. R. (2009). A manifestação de habilidades cognitivas em atividades experimentais investigativas no ensino médio de química. *Ciência & Cognição*, 14(1), 50-74. http://www.cienciasecognicao.org/pdf/v14_1/m318318.pdf
- Toulmin, S. E. (2001). *Os usos do argumento*. São Paulo/Martins Fontes.

Paulo Henrique Hideki Araki: graduado em Matemática pela Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR). Mestre em Ensino de Matemática pela UTFPR. Doutorando em Educação para a Ciência e a Matemática pela Universidade Estadual de Maringá (UEM).

E-mail: phh.araki@gmail.com.

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-1076-7670>.

Karina Alessandra Pessoa da Silva: graduada em Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL). Mestre e doutora em Educação Matemática pela UEL. Professora do Departamento de Matemática e do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR).

E-mail: karinasilva@utfpr.edu.br.

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-1766-137X>.

Robson Aparecido Ramos Rocha: graduado em Matemática pela Faculdade de Apucarana (FAP). Mestre em Ensino de Matemática pela Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR). Doutorando em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL).

E-mail: robson_arr@hotmail.com.

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-8205-9377>.