UNIÓN

REVISTA IBEROAMERICANA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Número 6

Junio de 2006

Índice

UNIÓN
REVISTA IBEROAMERICANA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Junio de 2006, Número 6, página 2
ISSN: 1815-0640

Unión. Revista Iberoamericana de Educación Matemática es una publicación de la Federación Iberoamericana de Sociedades de Educación Matemática **(FISEM)**. Tendrá una periodicidad trimestral, de modo que se publicarán cuatro números al año, en los meses de marzo, junio, septiembre y diciembre.

UNIÓN
REVISTA IBEROAMERICANA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Junio de 2006, Número 6, páginas 3 - 19
ISSN: 1815-0640

Las fracciones según los pescantes

Miguel Ángel Morales Mora

Este trabajo se ha podido realizar gracias a la colaboración de D. Luis Baez, Dña. Luisa Baez, D. Francisco Domínguez, Dña. Celia Herrera, Dña. Mercedes Herrera

Resumen

Se pretende dar a conocer unos materiales, de tipo manipulativo, con los que se puede trabajar la mayoría de los contenidos correspondientes al estudio de las fracciones para alumnos en edades comprendidas entre 9 y 13 años.
Estos materiales se han elaborado teniendo en cuenta algunas partes de unas estructuras portuarias, llamadas pescantes, que se construyeron en las Islas Canarias, a principios del siglo XX, para sustituir la carencia de puertos adecuados debido a las dificultades orográficas.
Se proponen unos modelos de actividades a desarrollar con estos materiales, que pueden servir de ejemplo para crear otras similares.

Abstract

Its intended to bring to light some materials of manipulative type, with the ones that the most of corresponding contents can work itself to study of the fractions for the students in ages between 9 and 13 years old.
These materials have been produced themselves taking into account some parts of harbour structures which are called “pescantes” (driver’s seats). They were built in the Canary Islands at the beginning of the 20 th century to replace the lack of orographical difficulties.
Its proposed some activities models to develop with these materials, which can be used like examples to create similar activities.

Introducción

Este trabajo forma parte de otro más amplio llamado “Las Matemáticas de los pescantes”, cuyo objeto es la utilización de recursos procedentes del entorno, en este caso de unas estructuras existentes en las costas de las islas en un pasado próximo, para estudiar contenidos matemáticos de diferentes niveles y etapas educativas, con el fin de hacerlos más amenos e introducir motivaciones que estimulen la curiosidad de los alumnos.

Es evidente que se ha realizado desde una perspectiva personal, en función de unas necesidades puntuales de unos alumnos, profesor y circunstancias, existentes en el contexto de una determinada comunidad educativa. Por estas razones deben de tomarse como ideas, a partir de las cuales, cada uno, pueda obtener sus propios recursos.

En el currículo de matemáticas de la Comunidad Autónoma de Canarias (BOC, 1993) se sitúa el principal trabajo sobre fracciones en Educación Primaria en el segundo y tercer ciclo de esta etapa educativa (es decir, alumnos de 8 a 12 años). De todos conocida la controversia existente sobre la conveniencia, o no, de introducir a estas edades la idea de fracción, no obstante, los alumnos oyen y utilizan expresiones como: “¼ de hora”, “½ metro”, “3/4 de litro”, “1/16 de final”, etc. Por esta razón, creo que es mejor comenzar a introducir, al final del segundo ciclo de Primaria, estos contenidos a un nivel muy elemental.

¿Qué son los pescantes?

Los pescantes fueron unas estructuras levantadas en las costas de algunas de las Islas Canarias para poder paliar la falta de infraestructuras viarias y portuarias, facilitando así la salida y entrada de personas, animales y mercancías, que de otra forma hubieran tenido muchas dificultades para trasladarse fuera del propio marco insular.

Pescante de Vallehermoso (La Gomera)

Estas estructuras se levantaron a comienzos del siglo XX, cuando la economía insular pasó de productos como la barrilla y la cochinilla, que podían almacenarse sin graves problemas de pérdidas, al plátano y tomates, los cuales debían llegar a los mercados cuanto antes para que no sufrieran importantes mermas en su calidad y precio.

En la isla de la Gomera, tres fueron los pescantes más importantes, situados en los tres municipios del norte (Vallehermoso, Agulo y Hermigua), por ser de costas muy escarpadas que imposibilitaban la construcción de muelles. Todos ellos se debieron a la iniciativa privada, que se constituyó en sociedades para disponer de los medios económicos necesarios con el fin de afrontar los gastos de estas estructuras (Morales, 2003).

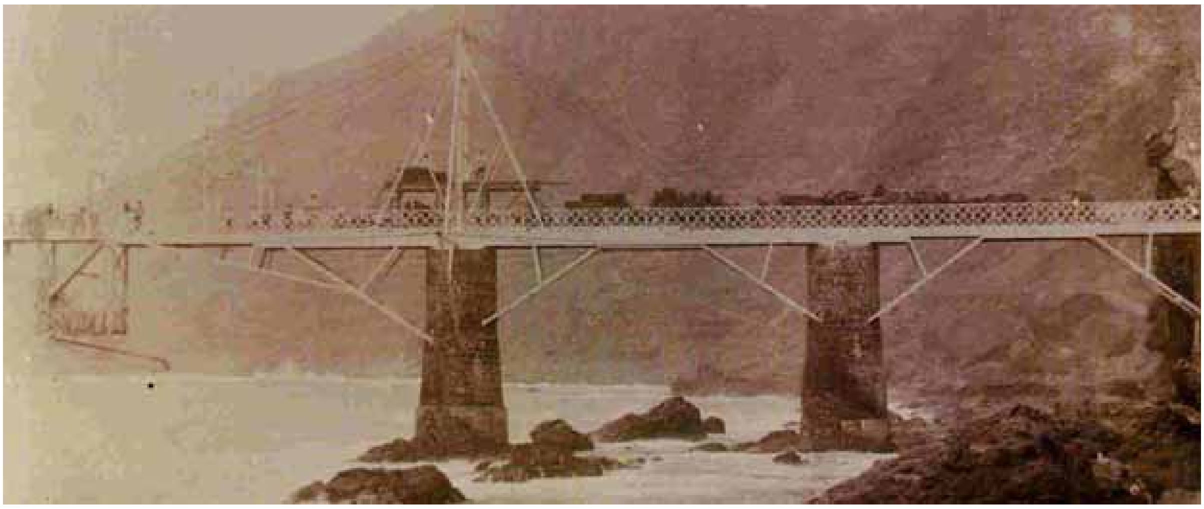
Una imagen vale más que mil palabras

Aunque estas estructuras no se caracterizaron por hacer concesiones a la estética, ya que sus necesidades funcionales las limitaron mucho, si podemos encontrar algunas imágenes fotográficas interesantes desde el punto de vista de los contenidos matemáticos, pudiendo ser utilizadas para la enseñanza-aprendizaje de contenidos como escalas, polígonos, poliedros, simetrías, trigonometría, etc.

Restos actuales del pescante de Hermigua (La Gomera)

No obstante, donde me ha parecido encontrar una mayor potencialidad ha sido en el estudio de las fracciones, por haber hallado una solución bastante aceptable a la falta de materiales manipulativos.

La idea surgió viendo la trama existente en la barandilla del pescante de Agulo, formada por tramos cuadrados que enmarcan una serie de elementos de refuerzo, formando 8 triángulos rectángulos isósceles de la misma superficie, que ha servido de base para construir un material manipulable, fácilmente transformable en gráfico, que permite el estudio de casi todos los contenidos, relacionados con las fracciones, que se imparten en Primaria y la ESO.



Barandilla del pescante de Agulo (La Gomera)

Con el fin de contar con un mayor número de fracciones a estudiar en la construcción del material, los tramos de la barandilla se ampliaron a 16 como se puede ver en la Figura 1.

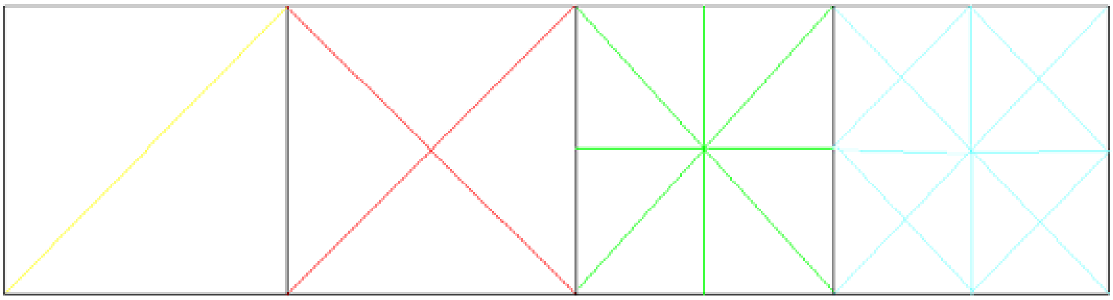


Figura 1. Material para representar fracciones

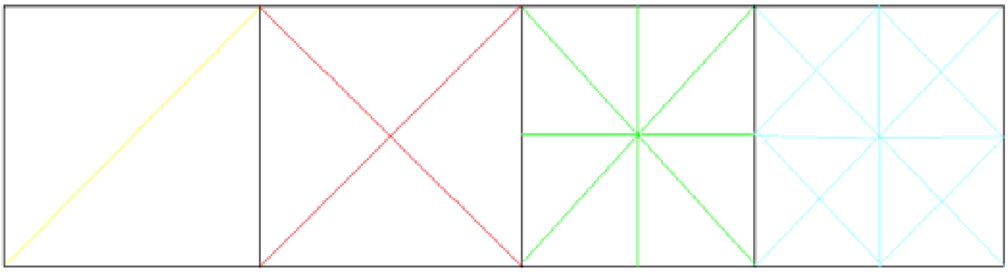
Material manipulativo

El material creado consiste en varios estuches, según los grupos de trabajo que se formen en la clase, cada uno de los cuales contiene un tablero y diferentes fichas de metacrilato que se describen a continuación.

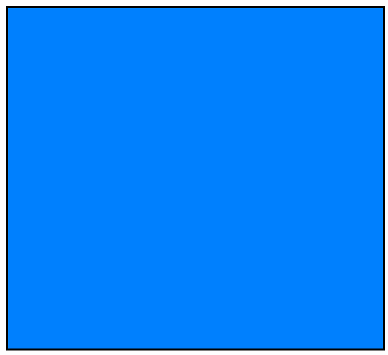
Este material, además, solo se utilizará en el inicio del estudio de las fracciones, puesto que la finalidad de la fase manipulativa es la de una mejor comprensión de las mismas y sus aplicaciones para resolver situaciones problemáticas.

Consta de:

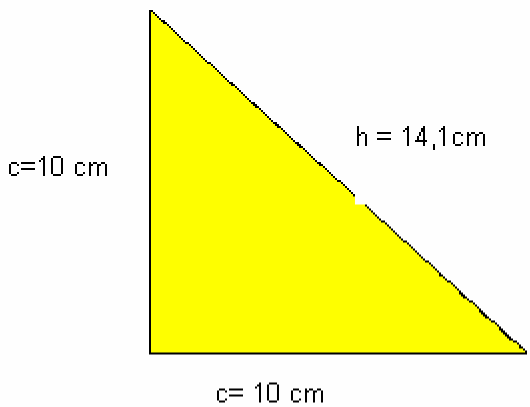
- Un tablero (en metacrilato transparente para poder ser utilizado en un proyector de transparencias) formado por cuatro unidades cuadradas divididas, con distintos colores, en ½, ¼, 1/8 y 1/16:



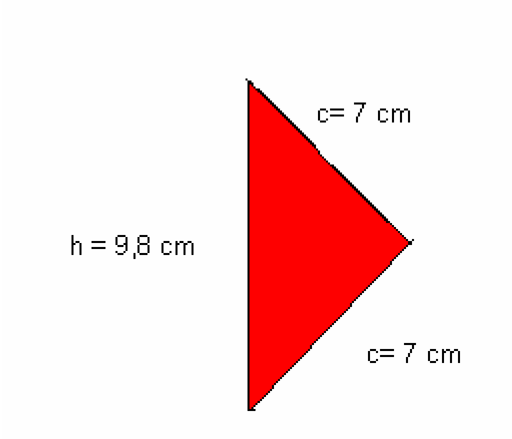
- Tres cuadradas de 10 cm de lado, de color azul marino.



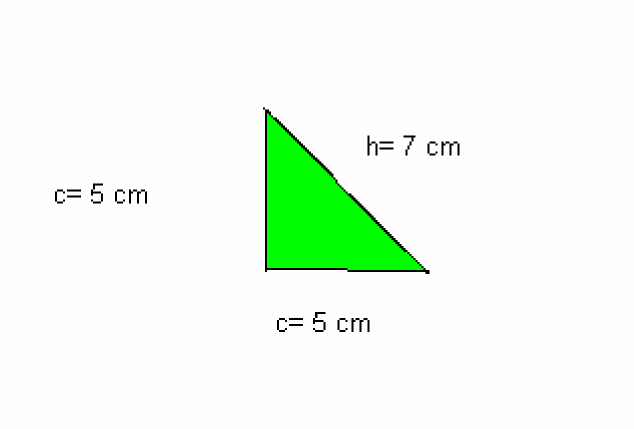
- Seis triángulos que representan la fracción ½, de color amarillo.



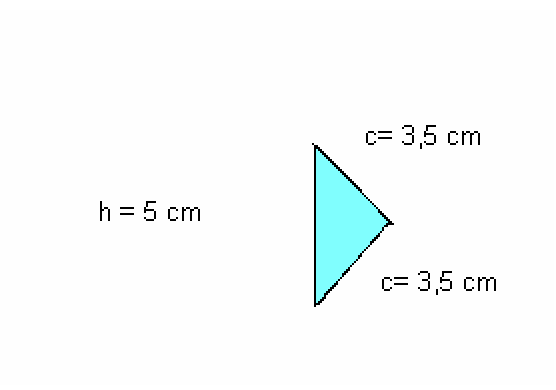
- Doce triángulos que representan la fracción ¼, de color rojo.



- Veinticuatro triángulos que representan la fracción 1/8, de color verde.

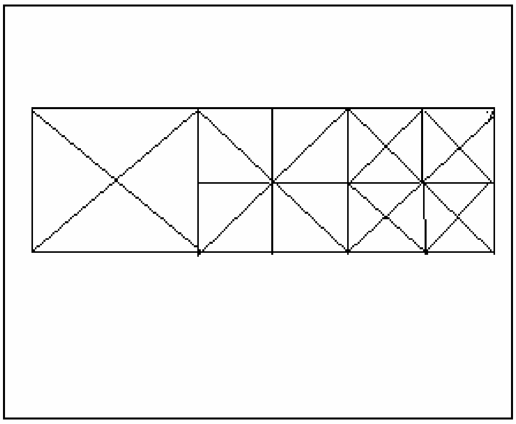


- Cuarenta y ocho triángulos que representan la fracción 1/16, de color azul claro.



Puede ser construido también en cartón-pluma, que resulta mucho más sencillo de cortar (pueden hacerlo los propios alumnos), aunque presenta el inconveniente de no ser transparente (no es susceptible de utilizar con el proyector de transparencias).

Además de estas fichas de metacrilato, se ha diseñado una pizarra individual, construida con una funda de plástico dura y un folio blanco en su interior. Se escribe en ella con un rotulador de pizarra (que se puede borrar con un pañuelo de papel) y se pueden introducir plantillas para trabajar decimales o fracciones.



Pizarra individual con plantilla para fracciones

Es verdad que este material tiene sus limitaciones, una de ellas es la de no poder utilizar otras fracciones que las pertenecientes a las potencias de ½, pero sí se representan las más utilizadas (½, ¼ y ¾), además, no presenta la dificultad de las regletas, donde hay que cambiar continuamente la unidad de referencia, puede transformarse fácilmente en material gráfico que permite desarrollar la fase representativa (mediante unas plantillas introducidas en pizarras individuales, que más adelante se explicará). Por último, es susceptible de desarrollar aplicaciones informáticas (un ejemplo puede ser la creación de actividades JCLIC (Java Clic, libre acceso), (ver http:/clic.xtec.net).

Estas aplicaciones consisten en una serie de actividades informatizadas, graduadas en orden de dificultad, que podemos encontrar en Internet y que permiten desarrollar de una forma eficaz la fase gráfica o representativa del proceso de enseñanza-aprendizaje. Las aplicaciones de JCLIC permiten realizar las modificaciones que consideremos oportunas y/o crear otras aplicaciones parecidas que sean más adecuadas a nuestras necesidades.

Ejemplos de actividades

En este apartado exponemos algunos ejemplos de actividades a realizar con el material que pueden tomarse como ideas para adaptar a cada entorno de aprendizaje.

Podríamos iniciar el proceso proponiendo a los alumnos una serie de situaciones, por supuesto muy sencillas y con fracciones de uso frecuente:

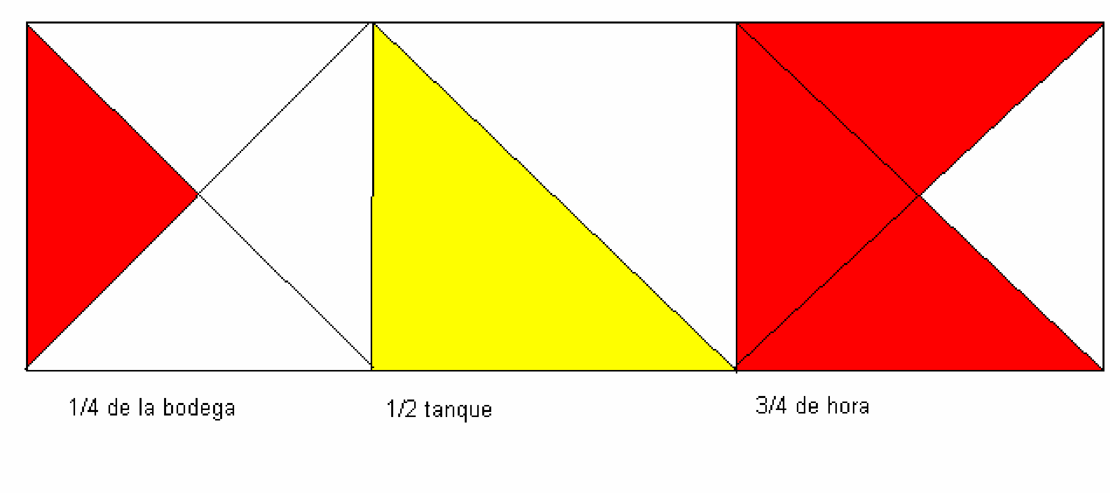
Actividad nº 1

Representa en el tablero y con el material que tienes a tu disposición:

- Una cuarta parte de la carga de la bodega del Procyón (el Procyón era un barco que realizaba operaciones en estos pescantes).

- Medio tanque de combustible del motor del pescante.

- Tres cuartos de hora que ha transcurrido desde que el barco levó anclas

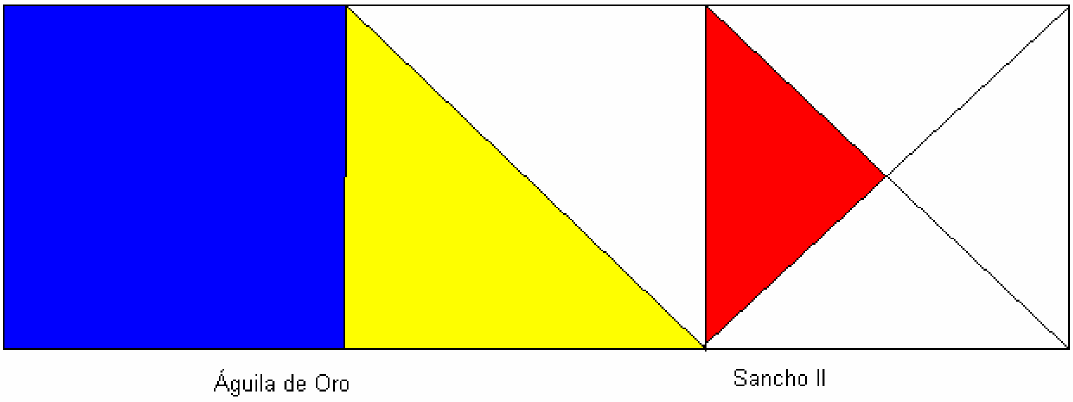


Este material está pensado para trabajar en grupos de tres o cuatro alumnos, por lo tanto, habría que darles muy pocas indicaciones y esperar a que algún grupo encuentre la solución. En caso contrario, tendríamos que facilitarles indicaciones que permitieran obtener las soluciones deseadas.

Una vez que consideremos que el proceso de representación de fracciones está suficientemente trabajado, podemos pasar al proceso contrario, es decir, darles las fracciones representadas con el material (utilizando el proyector de transparencias) para que ellos las expresen numéricamente en sus pizarras individuales.

Actividad nº 2

Representa numéricamente las capacidades de carga de las dos bodegas de dos barcos que realizaban operaciones de carga en aquellos tiempos en un pescante. La capacidad de Águila de Oro está representada en los dos primeros cuadrados y la de Sancho II en el tercer cuadrado.



Siempre se debe comenzar utilizando el material manipulable, para luego seguir con las plantillas de las pizarras individuales, con el fin de que el proceso sea más eficaz. La pizarra individual tiene la ventaja de que permite una participación mayor de los alumnos, el profesor puede corregir inmediatamente desde cualquier posición de la clase y se puede borrar fácilmente con un pañuelo de papel.

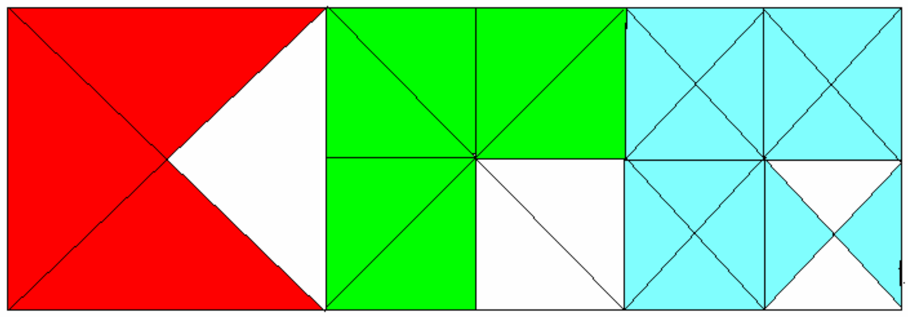
Para indicar cómo trabajar otros aspectos de las fracciones se proponen casos prácticos, basado en situaciones problemáticas.

Actividad nº 3.

El Taoro, Boheme e Isora eran tres embarcaciones que hacían el cabotaje entres las islas. Imagina que las tres han salido de los pescantes de la Gomera hacia sus puertos de destino, habiendo recorrido el Taoro ¾ partes de su ruta, el Boheme 6/8 y el Isora 14/16.

Representa en el tablero, con el material de que dispones, cada una de esas fracciones.

Con la solución de esta actividad se puede trabajar también la orientación espacial y las simetrías (se puede pedir a los alumnos que indiquen la situación, de los materiales que representan las fracciones, en cada unidad; donde observan simetrías, etc.)

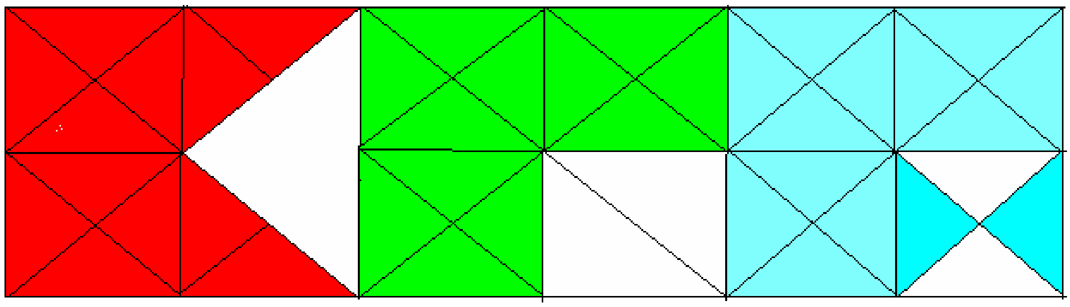


Podemos preguntar qué barco ha realizado un trayecto mayor. De una forma intuitiva, fijándose en que color ocupa una superficie mayor, podrán contestar que es el Isora, pero también podemos convertir las fracciones en otras equivalentes y del mismo tamaño, como vemos en la actividad 4.

Actividad nº 4.

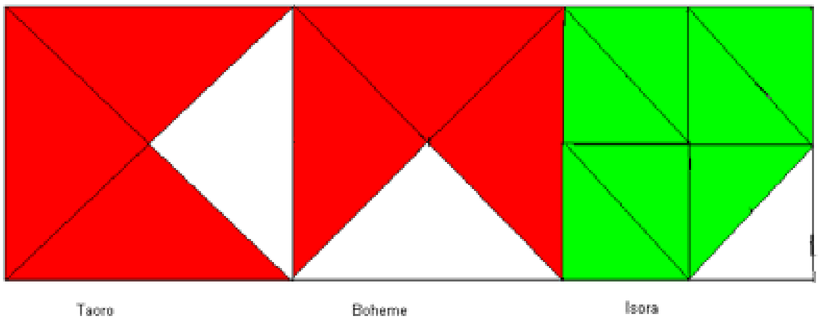
Utiliza los triángulos que representan la fracción 1/16 para encontrar otras fracciones que representen el mismo trayecto.

Respuesta:



Podrán darse cuenta de que el Taoro ha hecho 12 /16, el Boheme 12/16 y el Isora 14/16

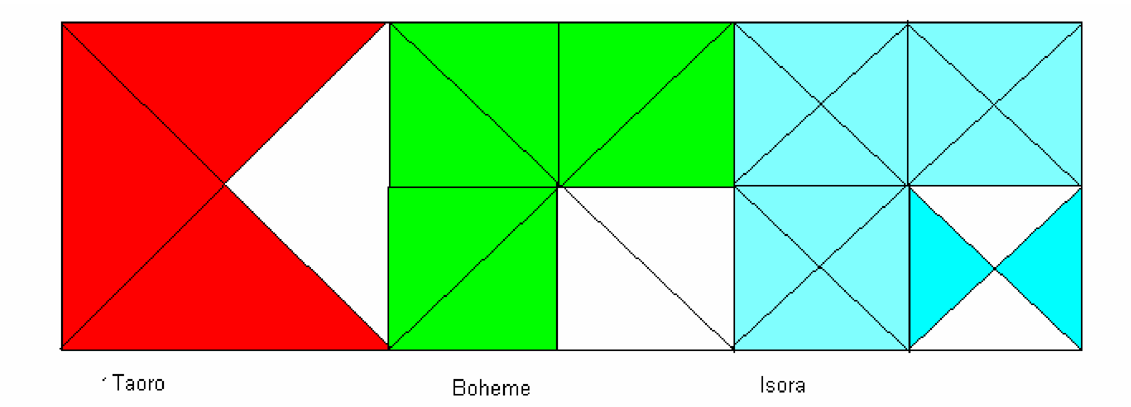
O por simplificación:



Verán que el Taoro ha navegado ¾, el Boheme también ¾ y el Isora 7/8. También puede pedírseles que ordenen los trayectos recorridos por cada embarcación (de mayor a menor o de menor a mayor).

Actividad nº 5.

Los barcos siguen navegando, de forma que tres horas más tarde, han recorrido las siguientes fracciones de trayecto para llegar a puerto (el profesor representará, con su material y desde el proyector de transparencias, la siguiente situación):



Escribir numéricamente las fracciones que corresponden a cada uno de los barcos.

Respuesta:

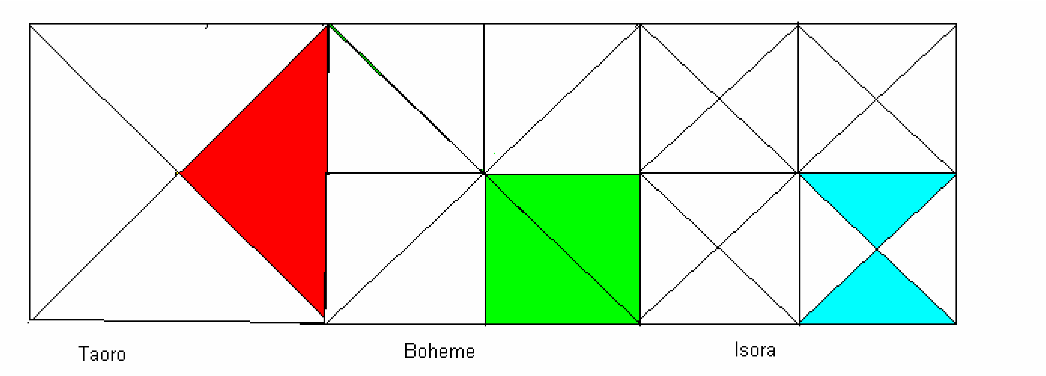
Taoro ¾, Boheme 6/8 e Isora 14/16

Es fácil, con este material, deducir qué parte del trayecto le queda por hacer a cada barco. Sólo hay que fijarse en la parte del tablero que queda sin cubrir (actividad nº 6).

Actividad nº 6.

Indica qué fracción del trayecto le queda por hacer a cada barco. Ordénalas de mayor a menor.

Respuesta:



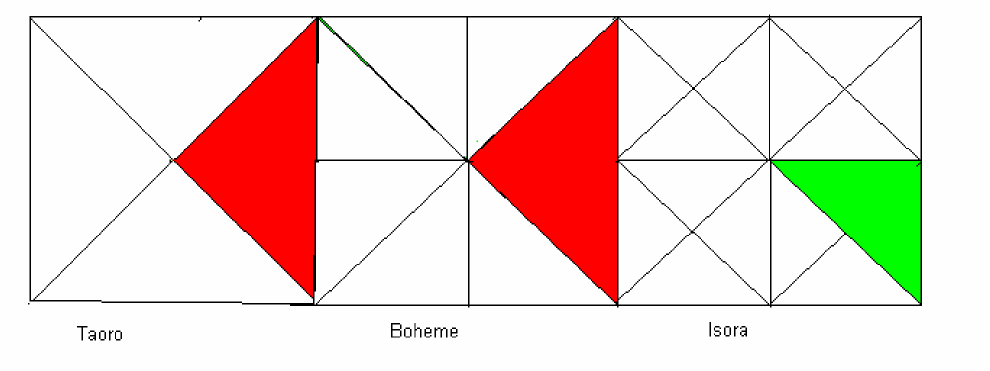
Taoro ¼ , Boheme 2/, Isora 2/16.

En estos momentos, los alumnos deben de estar en condiciones de darse cuenta de la igualdad entre ¼ y 2/8. En caso de dificultad, se reproducirá en el tablero por simplificación (actividad 7).

Actividad nº 7.

Simplifica las fracciones que has ordenado anteriormente.

Respuesta:

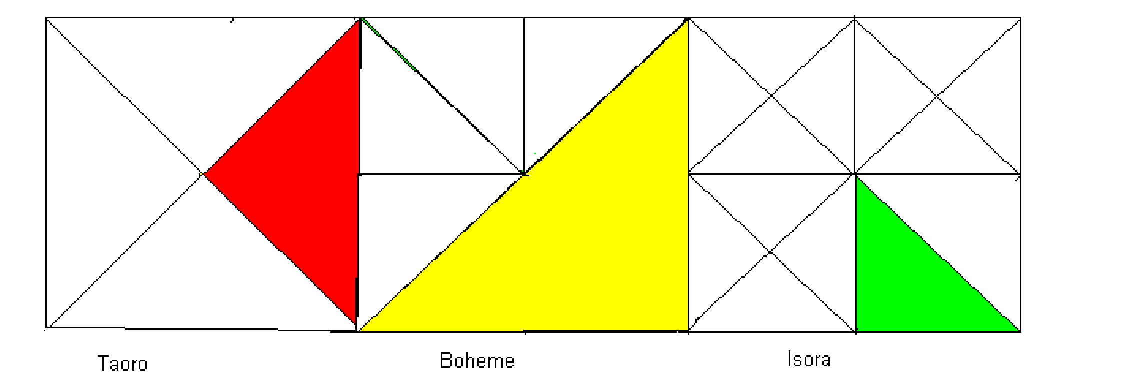


Observa que Taoro (¼) es igual a Boheme (¼) y éstos mayores que Isora (1/8)

Se podría preguntar ahora el combustible que les queda a los tres barcos, sabiendo que el Taoro tiene ¼ de su tanque lleno, el Boheme ½ y el Isora 1/8. De esta manera nos encontramos con el problema de unir fracciones de distinto tamaño. La solución la tendríamos obteniendo fracciones equivalentes a las dadas, pero divididas en partes iguales, es decir, reducirlas a común denominador:

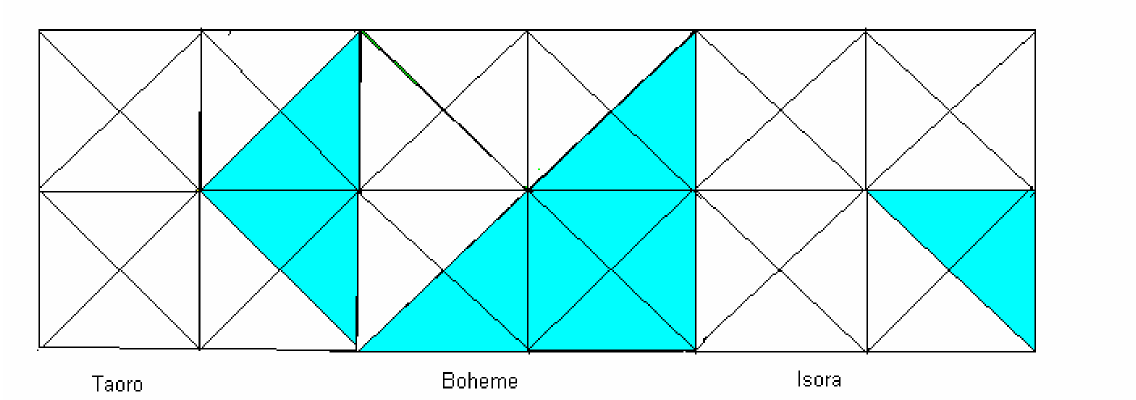
Actividad nº 8

Sabiendo que a cada uno de los barcos les queda en su tanque de combustibles las fracciones que se indican a continuación, ¿qué capacidad de combustible llevan entre los tres?



Como no podemos convertir las piezas pequeñas en grandes, la única solución es ver cuantas partes pequeñas caben en cada una de las grandes, y luego contar todas las que tenemos:

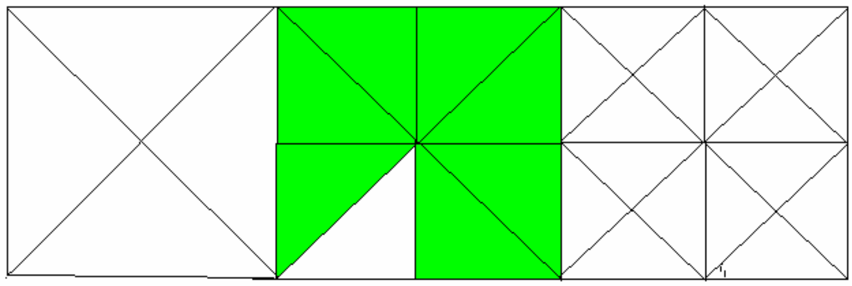
¼ + ½ + 1/8 = 4/16 + 8/16 + 2/16 = 14/16



Actividad nº 9.

Simplifica la fracción anterior sustituyéndola por otra u otras que ocupen la misma superficie del tablero.

Respuesta:



Taoro, Boheme e Isora

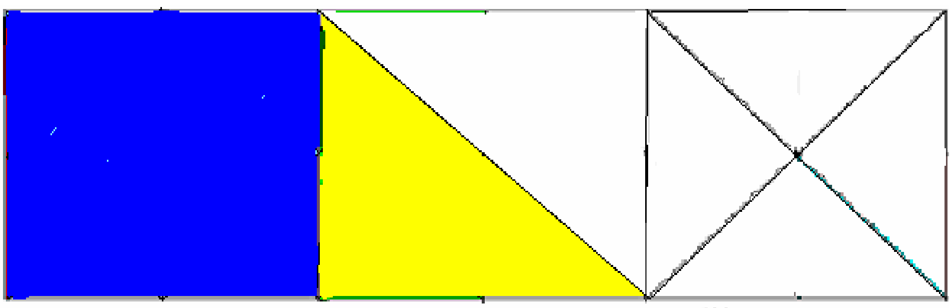
Es decir, 14/16 = 7/8

Actividad nº 10

El Isora llevaba su primera bodega cargada en sus ¾ partes de plátanos y en la segunda bodega ¾ partes de tomates. ¿Qué fracción total llevaba con carga?

1 ½ es otra forma de expresar la fracción 6/4.

Representando la fracción 6/4 de la forma siguiente en el tablero trabajaremos también los números mixtos.



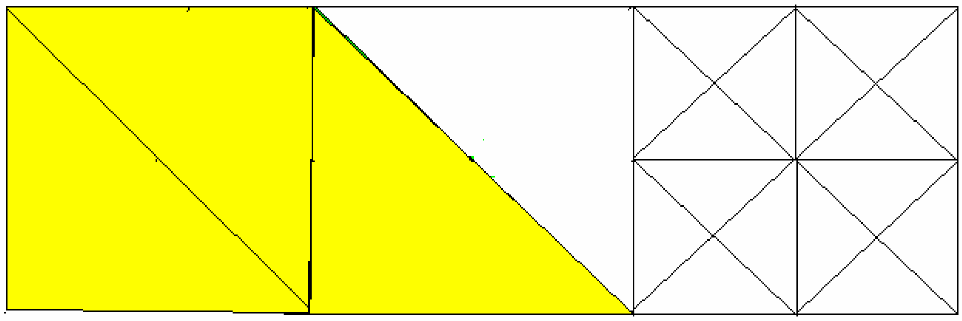
En la pizarra individual podremos hacer después:

$$\frac{3}{4} + \frac{3}{4} = \frac{3}{4} \times 2 = 6/4 = 1\ \frac{1}{2}$$

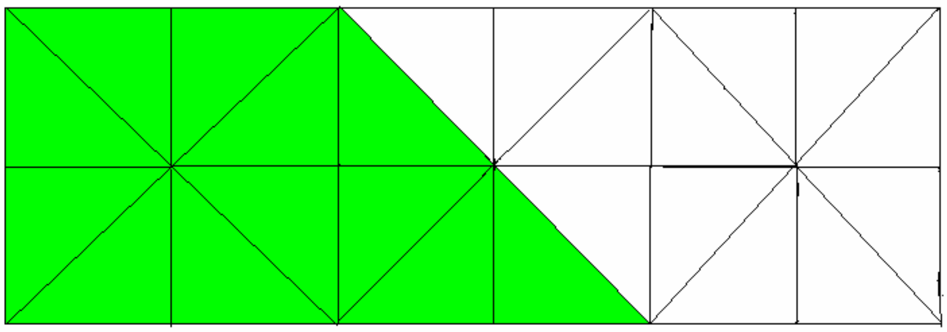
Actividad nº 11

Para dividir una fracción entre un número natural recurrimos al material manipulable.

Primero separamos la carga en partes iguales y vemos que 1½ = 3/2 de su capacidad.



Luego dividimos cada una en cuatro partes iguales, para ello utilizamos los octavos equivalentes a 3/2.



Vemos que obtenemos 12/8, repartiendo los 12 trozos entre los cuatro almacenes, le corresponderían 3/8 a cada uno (esto se hace de forma manipulativa, de manera que uno del grupo reparta a los otros los trozos que ha colocado en el tablero). Por tanto, 3/2 : 4 = 3/8.

Donde más problemas de comprensión suele haber es en situaciones que se resuelven mediante una división de fracciones, ½ : ¼ = 4/2 = 2.

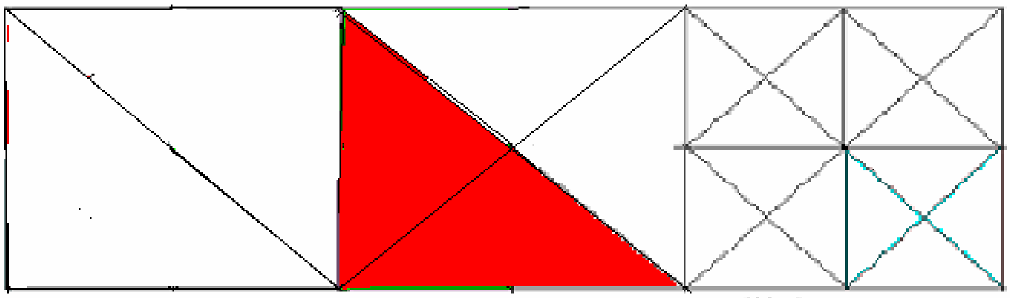
Parece difícil que un alumno de esta edad (incluso adultos) puedan razonar porqué ocurre esto. Para ello planteamos la siguiente situación real de la actividad 12.

Actividad nº 12.

La carga que ha llegado al pescante de Agulo, que es de ½ tonelada, hay que llevarla hasta el almacén, situado a una altura mayor y al que solo se puede acceder (dado lo escarpado del terreno) mediante un transportador formado por carros que circulan a través de unos cables (ver fotografía del pescante de Agulo). Cada carro sólo puede llevar ¼ de tonelada, ¿cuántos necesitaremos para transportar la mercancía acumulada?

Pescante de Agulo

La respuesta implica dividir ½ en cuartos



½ : ¼ = 2

El ejemplo persigue comprender que el 2 se refiere a la cantidad de carros de esa capacidad que se necesitan, y no a dos unidades.

Los contenidos que se proponen en esta secuencia se pueden consolidar realizando otras actividades, como aplicaciones informáticas, antes de pasar a la pura abstracción numérica.

CONCLUSIONES

Este material se ha utilizado durante el curso 2004-05 con alumnos de 4º de Primaria (9–10 años). Después de su puesta en práctica, consideramos que sería interesante seguir utilizándolo también con alumnos de 5º y 6º, puesto que los contenidos de estos niveles permiten una utilización más profunda.

El material ha resultado atractivo para los alumnos, debido a su textura y colorido (quizás con alumnos de mayor edad esto no sería importante). Ha permitido progresos rápidos en cuanto a la identificación y escritura de fracciones.

Además ha sido un material muy eficaz para la identificación de fracciones equivalentes, ordenación de fracciones y números mixtos. En algunos casos, se han producido resultados sorprendentes (ya que estos alumnos no habían tenido contacto previo con estos números), llegando a identificar como equivalentes una fracción y un número mixto. La utilización de la pizarra individual ha permitido una mayor dinamización, participación y atención en el desarrollo de las clases.

Por último la contextualización del material a partir de los pescantes sirve también para que los alumnos conozcan una parte de nuestro pasado más próximo y la existencia de estas estructuras, desconocidas por la mayoría de nuestros jóvenes.

Cada comunidad o país podría construir el material haciendo referencia a su propia cultura y adaptando las actividades a las necesidades de su comunidad educativa.

Materiales didácticos de naturaleza similar a los propuestos

Regletas Cuissinaire

Regletas de María Antonia Canals

Tangram

Las fotografías proceden del libro "Los Pescantes de la Gomera" (op. Cit.)

Bibliografía

- BOC (1993). *Decreto por el que se aprueba el currículo de educación primaria de la Comunidad Autónoma Canaria.* BOC 044/1993 de 9 de Abril de 1993.
- Morales, M. (2003). *Los Pescantes de la Gomera*. Cabildo Insular de la Gomera.

Miguel Ángel Morales Mora, Ceip Punta Larga – Candelaria – Tenerife – España

UNIÓN
REVISTA IBEROAMERICANA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Junio de 2006, Número 6, páginas 21 - 29
ISSN: 1815-0640

A teoria da complexidade e o ensino-aprendizagem de ciências e matemática via modelagem matemática

Lënio Fernandes Levy y Adilson Oliveira do Espíritu Santo

Resumen

O método de pesquisa experimental, alicerce do empirismo modernista, quando devidamente acrescido da concepção de criatividade inerente à indeterminação, bem como da visão de interação entre sujeito e objeto do conhecimento, pode conduzir a resultados em conformidade com os pensamentos basilares da epistemologia da complexidade, que ora emerge em oposição ao paradigma moderno e que é fundamentada na tríade moriniana[1] "distinção-união-incerteza". Tal acréscimo é extensível ao âmbito do ensino e da aprendizagem de ciências e matemática via modelagem matemática, na medida em que esse procedimento guarda laços estreitos com o passo a passo da investigação experimental. A pesquisa anunciada ao longo das páginas a seguir é/foi, quanto aos objetivos, de cunho teórico e metodológico. Com relação ao objeto, extrapolou-se o trabalho de características apenas bibliográficas ao se buscar comprovar a hipótese do "acréscimo" supra mencionado, tendo-se conduzido a investigação bibliográfica sobretudo no sentido de corroboração da referida tese.

Abstract

The method of experimental research, foundation of modern empirism, when adequately added of the conception of creativity, seen as inherent to that of indetermination, together with the view of the interaction between the subject and the object of knowledge, can lead to results that are congenial to the basis of the epistemology of complexity. This new way of thinking and searching for kowledge opposed to the modernist paradigm is founded upon the Morinian tripod of " distinction-union-uncertainty". Such addition is applicable to the teaching and learning of Sciences and Mathematics via Mathematical modelling, as long as this procedure keeps an intimate relationship with the step by step of experimental investigation. The research announced along the pages had its purposes guided by theoretical and methodological principles. Nonetheless, as far as it concerns the object of study, this assay went beyond bibliographical review, as it is also an attempt to test the "creativity/indeterminism additon" hypothesis mentioned above. Thus, the bibliographical investigation was conducted mostly having the corroboration of such thesis in mind.

Considerações acerca de Paradigmas e de Métodos

Neste texto, analisam-se alguns dos sistemas explicativos suscitados, no decorrer da história humana, quanto à "origem" e ao "desenvolvimento" do conhecimento, e dá-se ênfase à possibilidade de adaptação daquele que é o alicerce da escola empirista, ou seja, o "método de pesquisa experimental", às

[1] Edgar Morin nasceu na França (1921). Filósofo, historiador, antropólogo e sociológo, Morin é um dos baluartes da teoria da complexidade.

diretrizes da epistemologia que ora emerge e conduz os estandartes da união ou interação e do indeterminismo ou criatividade, havendo, com vistas à referida adaptação, a necessidade de o trabalho com o método em foco não ser agregado mecanicamente ao ideário interacionista e indeterminista, porém integrado com senso crítico e/ou reflexivo a tal conjunto de idéias. A modelagem matemática enquadra-se no paradigma da modernidade porque diz respeito a perquirições concordantes com os preceitos metodológicos desse paradigma, mas ela pode igualmente ser utilizada como meio ou caminho para o fortalecimento do corpo de idéias que ora emerge e que se contrapõe aos ditames do modernismo cartesiano, bem como, justamente por esse motivo, constituir-se em instrumento potencialmente útil quando se desejar implementar o ensino e a aprendizagem de ciências e matemática sintonizados com a chamada epistemologia emergente. Para tanto, ratifica-se, os pesquisadores/modeladores, nesse caso, professores e alunos, hão que aderir crítica e conscienciosamente às visões interacionista e criativa/indeterminista.

A epistemologia da racionalidade técnica, também chamada de "paradigma moderno", fundamenta-se no pensamento ao mesmo tempo fragmentador, que distingue e isola, e determinista, que apregoa a previsibilidade cabal de todos os pormenores fenomênicos da natureza. Essa concepção prevalece no mundo, em particular nas sociedades ocidentais, desde o século XVII, quando Francis Bacon e René Descartes revigoraram as duas grandes – e antagônicas, embora concordantes quanto aos aspectos da fragmentação e do determinismo – correntes epistemológicas clássicas: de um lado, a empirista, segundo a qual a cognição tem ou teria por princípio a "apreensão" do mundo pelo homem através dos sentidos físicos, sendo o conhecimento, conforme tal ponto de vista, "descoberto" por intermédio do uso dessa sensibilidade ou percepção experimental; de outro lado, a racionalista, defensora do "alcance das verdades" via exercício racional, ou seja, a partir da utilização do "bom senso", elemento, segundo Descartes, imanente a todos os homens.

O paradigma da modernidade assevera que a ciência, denotativa de rigor, de precisão, de sistematização, de observância a um método, de objetividade e/ou de realidade independente do homem e da existência humana, tem primazia sobre as demais formas de expressão cultural, dentre as quais a arte e a religião. Em nome da supremacia dessa ciência, nascida na península balcânica há cerca de dois mil e quinhentos anos – e que teve o seu fôlego renovado após a era medieval –, os saberes e os fazeres de diversos povos[2], de grupos humanos que interagiam/interagem com ambientes e/ou contextos vários e peculiares, foram e têm sido rebaixados, calados ou mesmo aniquilados

O caráter fragmentador da ciência moderna, herança sobremaneira cartesiana, preceitua a separação entre: sujeito e objeto; sujeito e conhecimento; um e outro objetos distintos; um e outro conhecimentos distintos. O determinismo das leis naturais – ou melhor, a crença nesse determinismo –, denotando um universo supostamente ordenado, regular, reversível, previsível e, portanto, não-criativo e

[2] Sociedades não-européias em sua maioria.

impossibilitador da liberdade humana, também é idéia central no que tange à “modernidade”. Edgar Morin assevera que:

> Até meados do século XX, a maioria das ciências obedecia ao princípio de redução, que limitava o conhecimento do todo ao conhecimento das partes, como se a organização do todo não produzisse qualidades ou propriedades novas em relação às partes consideradas isoladamente.
>
> O princípio de redução leva naturalmente a restringir o complexo ao simples. Assim, aplica às complexidades vivas e humanas a lógica mecânica e determinista da máquina artificial. Pode também cegar e conduzir a excluir tudo aquilo que não seja quantificável e mensurável, eliminando, dessa forma, o elemento humano do humano, isto é, paixões, emoções, dores e alegrias. Da mesma forma, quando obedece estritamente ao postulado determinista, o princípio de redução oculta o imprevisto, o novo e a invenção (MORIN, 2002, p. 42).

A ingerência da racionalidade técnica, malgrado as suas limitações, foi e, ao que tudo indica, continua sendo notória e predominante nos mais diversos contextos, incluso o relativo ao ensino e à aprendizagem de ciências e matemática.

Nesse sentido, percebe-se a prevalência de um currículo prescritivo e/ou conteudista, em que o conhecimento é visto não como construção derivada da conexão entre sujeito e objeto de estudo, mas como “descoberta”, como algo objetivo e independente da intervenção crítica e criativa do ser humano, cabendo ao professor e ao aluno os papéis, respectivamente, de mero transmissor e de receptor passivo desse conteúdo.

Habitualmente, os saberes são fragmentados e/ou dispostos em compartimentos disciplinares que não se comunicam. É comum, em se tratando de cursos de licenciatura em ciências/matemática, pouca ou nenhuma associação entre, por exemplo, as disciplinas específicas e as pedagógicas. Ademais, o que se estuda na escola é normalmente dissociado de contextos outros. De um modo geral, não se buscam relações entre os conhecimentos, sistematizados ou não, trabalhados em sala de aula e os níveis ou âmbitos sociais, políticos, econômicos, ecológicos etc. do mundo extra-classe.

Em que pese a supremacia da epistemologia moderna no mundo atual, suas deficiências são cada vez mais flagrantes. É bem verdade que o modelo da racionalidade técnica trouxe grande desenvolvimento – um avanço exponencial, diga-se! – às ciências e à tecnologia ao longo dos últimos séculos. Mas também é correto afirmar que esse paradigma dificultou e dificulta a percepção de que, por exemplo, ciência, tecnologia, economia, política e sociedade são interdependentes e decisivas no que tange a paz e guerra, riqueza e pobreza, liberdade e subordinação, sustentabilidade ecológica e crime ambiental etc.

Como se não bastasse a progressiva constatação de deficiências afetas ao modelo moderno/cartesiano, nos últimos decênios um número crescente de pensadores tem chegado a conclusões favoráveis quanto à realidade da interação entre os diversos contextos, bem como ao realismo da indeterminação ou criatividade inerente ao homem e à natureza, o que indica a emergência de um novo paradigma, diametralmente oposto, frise-se, aos pilares da racionalidade técnica, o qual, entre outras coisas, admite, e essa é uma de suas maiores características, a validade de manifestações culturais até então sufocadas pela “intolerância” da ciência moderna. Fritjof Capra afirma que:

> Quanto mais estudamos os principais problemas de nossa época, mais somos levados a perceber que eles não podem ser entendidos isoladamente. São problemas sistêmicos, o que significa que estão interligados e são interdependentes. Por exemplo, somente será possível estabilizar a população quando a pobreza for reduzida em âmbito mundial. A extinção de espécies animais e vegetais numa escala massiva continuará enquanto o Hemisfério Meridional estiver sob o fardo de enormes dívidas. A escassez dos recursos e a degradação do meio ambiente combinam-se com populações em rápida expansão, o que leva ao colapso das comunidades locais e à violência étnica e tribal que se tornou a característica mais importante da era pós-guerra fria.
>
> Em última análise, esses problemas precisam ser vistos, exatamente, como diferentes facetas de uma única crise, que é, em grande medida, uma crise de percepção. Ela deriva do fato de que a maioria de nós, e em especial nossas grandes instituições sociais, concordam com os conceitos de uma visão de mundo obsoleta, uma percepção da realidade inadequada para lidarmos com nosso mundo superpovoado e globalmente interligado (CAPRA, 1994, p. 23).

O Paradigma Emergente e a Sala de Aula

Na pedagogia, o “emergente/novo modelo de pensamento” coaduna-se com um currículo enquanto processo, enquanto atividade. O currículo passa então a ser entendido como o conjunto das experiências vivenciadas no ambiente escolar por professores, alunos e demais agentes educacionais. Experiências em que sujeito e objeto se conjugam/integram para que haja (re)construção do conhecimento, que agora começa a ser visto como representação ou interpretação da realidade, em vez de ser encarado como a própria realidade ou como algo definitivo e independente do sujeito.

Doravante, em um mundo pautado “pela distinção, pela união e pela incerteza”, torna-se imprescindível a figura do “professor reflexivo e pesquisador” (vide trabalhos de John Dewey, Donald Schön e Lawrence Stenhouse, entre outros), que é (e por ser) fundamentada na crença acerca da realidade da permanente interação entre sujeito e objeto, interação essa que acarreta incessantes e surpreendentes mudanças em ambos.

> Dewey argumenta que o processo de reflexão de professoras e professores se inicia no enfrentamento de dificuldades que, normalmente, o comportamento rotineiro da aula não dá conta de superar. A instabilidade gerada perante essas situações leva-os a analisar as experiências anteriores. Sendo uma análise reflexiva,

> envolverá a ponderação cuidadosa, persistente e ativa das suas crenças e práticas à luz da lógica da razão que a apóia (CAMPOS & PESSOA, 1998, p. 190-191).

O ensino-aprendizagem fundamentado no método experimental, ao preceituar, diante de situações-problema, o teste de hipóteses baseadas nas idéias prévias dos estudantes (pessoas cuja formação do arcabouço cultural não prescinde dos contextos que as influenciam, contextos esses que, por sua vez, recebem influência de referidos indivíduos), pode ser concordante com os padrões criativos e interacionistas da emergente epistemologia, haja vista as supra citadas idéias e uniões entre sujeitos e objetos/contextos.

A Modelagem, a Modelagem Matemática e a Nova Pedagogia

A modelagem é um mecanismo de pesquisa compatível com o método experimental porquanto ambos os procedimentos guardam estreita relação no que concerne às suas prescrições, entre as quais se destacam a hipotetização e a validação.

> Pode-se definir a experimentação como um conjunto de procedimentos que se estabelecem para verificar as hipóteses. Ela sempre se realiza em situações de laboratório, ou seja, controlando-se as circunstâncias e variáveis capazes de interferir na relação causa/efeito estudada.
>
> As hipóteses, em geral, indicam uma relação de antecedência (variável dependente) entre os fenômenos. Na experimentação, procura-se verificar se a relação existe mesmo e qual é a proporção de variação encontrada em tal relação (PRESTES, 2003, p.31).

Outrossim, conforme Japiassu & Marcondes, o método experimental é:

> (...) aquele que tem por base a realização de experimentos para o estabelecimento de teorias científicas, procedendo através da observação, da formulação de hipóteses e da verificação ou confirmação das hipóteses a partir de experimentos. É valorizado sobretudo nas concepções empiristas (JAPIASSU & MARCONDES, 1996, p.182).

A modelagem pode ser útil para a consecução de um ensino e de uma aprendizagem de ciências e matemática em sintonia com o paradigma ora emergente, o que apenas depende "de ser e da maneira como for" adaptada ao contexto pedagógico, devendo essa "maneira", para tanto, mostrar-se enfática no que tange à adoção de posturas docentes e discentes críticas, criativas e interacionistas/contextualizadoras perante o problema ou o tema em que se está a trabalhar, posturas essas cuja ausência pode redundar no fortalecimento da visão determinista e da crença quanto à dicotomia entre sujeito (vide razão) e objeto (vide experiência sensível), ou seja, cuja ausência pode acarretar a ênfase no paradigma moderno e nas suas deficiências.

Trata-se a modelagem de processo em que se busca representar ou interpretar determinada situação ou evento, através da emissão de hipóteses explicativas e da respectiva verificação ou validação. O resultado da modelagem é o "modelo". Segundo Bassanezi

> Quando se procura refletir sobre uma porção da realidade, na tentativa de explicar, de entender, ou de agir sobre ela – o processo usual é selecionar, no sistema, argumentos ou parâmetros considerados essenciais e formalizá-los através de um sistema artificial: o modelo (BASSANEZI, 2002, p. 19).

Quando, no ato cujo fim é a obtenção de um modelo, faz-se apelo em larga escala ao ferramental matemático, tem-se a chamada "modelagem matemática". Expressões aritméticas ou algébricas, formas geométricas, diagramas, gráficos e demais interpretações congenéricas de situações ou eventos são alguns exemplos de "modelos matemáticos", cujos graus de complexidade e/ou de representatividade são diretamente proporcionais ao amadurecimento matemático do modelador. "Chamaremos simplesmente de modelo matemático um conjunto de símbolos e relações matemáticas que representam de alguma forma o objeto estudado" (BASSANEZI, 2002, p. 20).

Biembengut & Hein (2000) dividem a modelagem matemática nas seguintes etapas:

1. **Interação**: Fase em que o pesquisador faz os primeiros contatos com o problema ou tema a ser modelado, buscando familiarizar-se a respeito e coletar dados que possam ajudá-lo em sua investigação;

2. **Matematização**: Etapa em que são levantadas hipóteses explicativas, com base nos conhecimentos prévios do perquiridor, para as questões suscitadas. É quando se faz uso do instrumental matemático com vistas à consecução do modelo com que se pretende representar o evento, tema ou situação de estudo;

3. **Modelo**: Fase em que se testa a validade do modelo construído, devendo-se, em caso de sua não-adequação ao objeto estudado, retomar a etapa anterior do processo, qual seja a de "matematização".

Por trazer em seu bojo um espírito potencialmente interacionista e criativo, a modelagem matemática coaduna-se, em tese, com a epistemologia emergente. Trata-se, dado esse espírito, de um convite à transversalidade, à interdisciplinaridade, à contextualização e, em âmbito mais abrangente, à transdisciplinaridade, aspectos que, na seara da aprendizagem de ciências e matemática, constituem-se em fonte de motivação discente, haja vista possibilitarem a construção de conhecimentos significativos.

Pode-se adaptar o método investigativo da modelagem matemática às aulas de ciências e matemática. Segundo Biembengut & Hein (2000), as etapas a seguir correspondem à referida adaptação. Perceba-se, no decorrer de tais fases, outrossim, a possibilidade constante do fomento ao pensamento e à prática marcados pelo interacionismo e pela criatividade:

1. **Diagnóstico**: É quando o professor trava contato com a realidade sócio-econômica e cultural de seus alunos. É também quando ele, mediante avaliações prévias, percebe quais as dificuldades de aprendizagem e os obstáculos didáticos que podem prejudicar a implementação do trabalho proposto;

2. **Escolha do tema**: Nesse momento, o professor elege o assunto, fenômeno ou evento acerca do qual será construído o modelo, podendo fazê-lo em conjunto com o alunado. Sugere-se a escolha de algo significativo para o corpo discente, ou seja, de um tema presente e impactante em suas vidas, a fim de que haja maior estímulo à elaboração de conhecimentos sistematizados correspondentes. É importante também o trabalho com um tema cuja complexidade não coloque em risco o sucesso da atividade, dadas as naturais limitações dos alunos e mesmo aquelas do próprio docente;

3. **Desenvolvimento do conteúdo programático**: Nessa fase, professor e alunos (re)constroem e/ou utilizam os elementos científicos e matemáticos em si. Trata-se justamente do momento em que se busca processar a modelagem com ênfase em seu aspecto de método experimental de pesquisa, conforme o passo a passo preceituado nas linhas anteriores, isto é, "interação, matematização e modelo", trabalhando-se o conteúdo escolar na etapa referente à "matematização";

4. **Orientação de modelagem**: Constitui-se em tarefa permanente, a cargo do professor/mediador, dizendo respeito, pois, ao processo como um todo, ou seja, acontecendo desde o primeiro contato dos alunos com o tema, que pode ser escolhido com a ajuda deles, até o momento final da atividade. O termo "orientação", no sentido aqui empregado, não condiz com exposição mecânica, descontextualização e absorção acrítica. Indica (e isso ajuda a corroborar a tese central deste artigo), diferentemente, o oferecimento de condições para que o corpo discente possa, a partir de seus próprios saberes e fazeres, de seus próprios elementos culturais, e portanto em ação pautada no interacionismo e na criatividade, alçar patamares cognitivos, sistematizados ou não, mais elevados;

5. **Avaliação**: É imprescindível que o professor avalie a si próprio, bem como permita o julgamento de sua prática por terceiros, com vistas a aperfeiçoar-se. Os alunos, e mesmo outros colegas de profissão, poderão dar-lhe os subsídios de que necessita. Por sua vez, a avaliação do corpo discente levada a efeito pelo professor/orientador, sendo procedimento que objetiva o aprendizado e/ou a melhoria das condições para a consolidação da aprendizagem, há que ser não apenas somativa, não apenas voltada para a classificação final, mas também diagnóstica, de grande utilidade no início do processo, e formativa, aplicada ao longo das atividades, sendo útil, nesse caso, para a implementação a contento das mudanças de rumo necessárias.

Considerações Finais

Em que pese, mesmo nos dias atuais, o predomínio da epistemologia fragmentadora e determinista da modernidade, inclusive na seara do ensino e da aprendizagem de ciências e matemática, observa-se que as deficiências e limitações da referida epistemologia, aliadas às conclusões a que se tem chegado a propósito das realidades da união ou interação e da criatividade afeta à indeterminação, têm conduzido um número crescente de pessoas, entre elas diversos membros da comunidade científica/matemática, a defenderem a emergência de um novo paradigma.

No contexto pedagógico inerente às ciências e à matemática, as atividades apoiadas no uso do método experimental de pesquisa, cuja seqüência é composta basicamente por "tema/problema, hipóteses explicativas, testagem/validação e conclusão", se acrescidas do fomento à criatividade, ao interacionismo, à contextualização, à transversalidade e, em escala última, à transdisciplinaridade, fomento esse facilitado e/ou viabilizado pela figura do "professor reflexivo e pesquisador da própria prática", constituir-se-ão em ações irmanadas com o padrão emergente de pensamento. A modelagem matemática, que é de cunho investivativo/experimental, uma vez adaptada ao ensino e à aprendizagem de ciências e matemática nos parâmetros defendidos ao longo deste artigo, ou seja, uma vez levada a efeito mediante subsídio da (e incentivo à) crença discente/docente quanto à valorização, sempre com espírito reflexivo/crítico, da díade "interação-criatividade", poderá estar de acordo com o modelo epistemológico que ora emerge.

Bibliografía

- F. Capra (1994): "A teia da vida". 9.ed. Cultrix, São Paulo.
- H. Japiassú, D. Marcondes (1996): "Dicionário básico de filosofia". 3.ed. Jorge Zahar, Rio de Janeiro.
- S. Campos, V. I. F. Pessoa (1998): "Discutindo a formação de professoras e de professores com Donald Shön". In: C. M. C. Geraldi, D. Fiorentini, E. M. A. Pereira (orgs.). Cartografias do trabalho docente: professor(a)-pesquisador(a), 183-206. Mercado de Letras, Campinas – São Paulo.
- M. S. Biembengut, N. Hein (2000): "Modelagem matemática no ensino". Contexto, São Paulo.
- R. Bassanezi (2002): "Ensino-aprendizagem com modelagem matemática". Contexto, São Paulo.
- E. Morin (2002): "Os sete saberes necessários à educação do futuro". 6.ed. Cortez, São Paulo.
- M. L. M. Prestes (2003): "A pesquisa e a construção do conhecimento científico: do planejamento aos textos, da escola à academia". 2.ed. Rêspel, São Paulo.

Lënio Fernandes Levy, Centro Federal de Educação Tecnológica do Pará (Brasil). Licenciado Pleno em Matemática (Universidade Federal do Pará), Especialista em Educação Matemática (Universidade Estadual do Pará), Mestre em Educação em Ciências e Matemáticas (Universidade Federal do Pará).

Adílson Oliveira do Espírito Santo, Núcleo Pedagógico de Apoio ao Desenvolvimento Científico da Universidade Federal do Pará (Brasil). Licenciado Pleno em Matemática (Universidade Federal do Pará), Engenheiro Elétrico (Universidade Federal do Pará) e Doutor em Engenharia Elétrica (Universidade de Campinas – São Paulo).

UNIÓN
REVISTA IBEROAMERICANA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Junio de 2006, Número 6, páginas 31 - 43
ISSN: 1815-0640

Aportes a la investigación en educación matemática en contextos latinoamericanos desfavorables: el acceso a la información a texto completo

Jesús Gallardo

Resumen

Este trabajo aborda el problema del acceso efectivo a la información sobre investigación en Educación Matemática desde la perspectiva del investigador en formación latinoamericano inmerso en un contexto socioeconómico desfavorable para el desempeño de su labor científica. Como contribución a su trabajo, se lleva a cabo una descripción genérica de las principales fuentes documentales disponibles en la actualidad, analizándose para cada una de ellas su grado de accesibilidad a través de Internet, una alternativa para la obtención de información a texto completo especialmente eficaz en estos casos.

Abstract

This work discuss the problem of effective access to information about research in Mathematics Education from the perspective of inexperienced Latin American researcher that carries out its scientific work in unfavourable socioeconomic contexts. We offer a generic description of main bibliography available at present time and we analyse its degree of accessibility in Internet, an especially effective alternative to obtain complete information.

Introducción

El inicio de una nueva investigación en cualquier disciplina científica conlleva el conocimiento de los antecedentes relacionados con el campo de estudio donde se va a desarrollar. El análisis previo de estos antecedentes permite al investigador obtener una visión actualizada de los principales problemas existentes y de los logros y avances alcanzados hasta el momento en el área problemática donde transcurrirá su estudio (comprensión del estado de la cuestión), delimitar su ámbito de investigación, identificar y justificar un problema de investigación preciso y original y extraer las referencias conceptuales y metodológicas necesarias para afrontarlo con garantías de éxito, entre otros aspectos. Si además el investigador es novel, la fase de revisión de información le posibilita introducirse en la disciplina científica, conocer las características de la labor que desempeñan otros investigadores más experimentados y configurar una idea más precisa de lo que significa realizar una investigación en su especialidad. Por todo ello se hace indispensable conocer y tener acceso directo a las publicaciones más representativas del área (Gutiérrez y Maz, 2001).

Una búsqueda bibliográfica adecuada pasa por considerar todas aquellas fuentes documentales que estén al alcance del investigador. En Educación Matemática se reconocen diversas vías de difusión para las investigaciones. La mayoría de ellas se comunican a través de libros especializados, publicaciones periódicas específicas, bases de datos y actas de congresos. También es usual el intercambio interno entre especialistas de información no editada ("literatura gris"). La importancia del acceso a estos recursos contrasta, sin embargo, con la dificultad que encuentran los investigadores de algunas regiones latinoamericanas, como la andina del sur del Perú (Gallardo y Quispe, 2002), para conseguir de forma efectiva el material bibliográfico necesario para sus trabajos. En estos contextos, la inevitable dificultad que genera la gestión de la documentación actual, cada vez más abundante y dispersa, va unida a otros factores particulares que condicionan aún más el desarrollo de la investigación, como la escasez de medios económicos o la falta de una infraestructura institucional adecuada.

Con objeto de facilitar la labor del investigador latinoamericano afectado por estos condicionantes, pretendemos aportar en este trabajo una referencia útil para:

- encauzar la búsqueda de documentación específica sobre Educación Matemática;
- proporcionar un vía de acceso sencilla y efectiva a las referencias a texto completo;
- evitar en lo posible las dificultades derivadas del exceso de información caracterizando el material bibliográfico relevante para la investigación;
- concretar la especificidad de la investigación en Educación Matemática a través de sus vías de difusión científica.

Para ello, desarrollamos una aproximación a las principales fuentes documentales en Educación Matemática, describiendo para cada una de ellas sus características y su grado de accesibilidad desde Internet. Se incluyen además algunas recomendaciones generales que pueden ser de utilidad al investigador en formación para el desarrollo de las fases de búsqueda bibliográfica y revisión de antecedentes.

Fuentes documentales

Con el propósito de garantizar una obtención efectiva de la información, concretaremos para cada una de las fuentes descritas su situación en Internet a través de ejemplos que proporcionan documentación a texto completo o procedimientos simples con los que salvar algunas dificultades de acceso. Al mismo tiempo, sin ánimo de ser exhaustivos procuraremos subrayar una literatura referencial de los diferentes tipos de información disponible en la actualidad en Educación Matemática.

Libros especializados

La edición internacional de obras relacionadas con la investigación en Educación Matemática es cada vez más extensa y variada. De la producción existente subrayamos los siguientes tipos de publicaciones por su interés para el inicio de la actividad investigadora:

- Handbook. Son obras colectivas y recopilatorias, editadas periódicamente, que tienen como propósito fundamental facilitar el acceso a la producción investigadora más relevante desarrollada en los últimos años en torno a distintos ámbitos específicos de investigación como los relacionados con la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas escolares (números y operaciones, medida, álgebra, geometría,…), la formación científico-didáctica del profesorado, la valoración en matemáticas o la fundamentación teórica y metodológica del área, entre otros. Estas publicaciones proporcionan información precisa sobre los principales problemas de investigación existentes, los resultados y las conclusiones más relevantes obtenidos recientemente, las metodologías específicas más actuales y las distintas vías potenciales de investigación futura. Se trata, por tanto, de manuales de un gran valor para todo aquel que pretenda actualizar sus conocimientos sobre una parcela concreta de investigación en Educación Matemática. A modo de ejemplo, resaltamos los volúmenes recientes editados por English (2002) y Bishop et al. (2003).

- Monográficos de investigación. Al igual que los anteriores son volúmenes colectivos, aunque en este caso centrados en temas particulares o tópicos concretos sobre los que se van tratando distintos aspectos a lo largo de los capítulos, proporcionado de este modo una perspectiva amplia de la temática bajo un enfoque propio de la investigación en Educación Matemática. Como ejemplos significativos, cabe destacar los Yearbook publicados por el National Council of Teachers of Mathematics o los Studies ICMI. En español, resultan relevantes volúmenes como el editado por Gómez y Rico (2001), donde se abordan temas relacionados con la iniciación a la investigación en Didáctica de la Matemática, o por Hart y Hitt (1999), en el que se presenta una panorámica internacional de los estudios de doctorado y la realización de tesis doctorales en el área.

- Colecciones, Series y Editoriales. Diversas editoriales publican series y colecciones de obras de investigación en Educación Matemática constituidas por volúmenes temáticos de conocimiento específico presentado por autores concretos. Destacan las series Studies in Mathematics Education, publicada por la editorial inglesa The Falmer Press Ltd., y Mathematics Education Library y New ICMI Study Series, editadas por la holandesa Kluwer Academic Publishers y constituidas en diciembre de 2005 por unos 40 y 14 volúmenes, respectivamente. Otras editoriales que interesa revisar con periodicidad por la relevancia de sus publicaciones son la estadounidense Lawrence Erlbaum Associates, la alemana Springer, la francesa La Pensée Sauvage y el grupo británico Taylor & Francis Group. También resulta destacable el trabajo editorial que viene desarrollando en Francia los Instituts de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques (IREM's) en relación con la difusión de su labor investigadora. En el ámbito latinoamericano, el centro de investigación en Educación Matemática de la Universidad de los Andes “una empresa docente” (Colombia) ha venido editando trabajos originales destinados a la formación investigadora y traducciones en español de obras influyentes en el área. De igual modo, el Departamento de Matemática Educativa del CINVESTAV (México) publica regularmente ediciones recopilatorias de investigaciones recientes, propias y ajenas, traducciones de títulos relevantes y monográficos sobre temas relacionados con la investigación en el área. Finalmente, en España cabe subrayar como referencia la colección Mathema de la editorial Comares, que agrupa tesis doctorales en Educación Matemática realizadas en la década de los 90, y, desde una perspectiva más general, las colecciones Matemáticas: cultura y aprendizaje y Educación Matemática en Secundaria de la editorial Síntesis, destinadas a difundir de forma organizada “el conocimiento básico sobre enseñanza y aprendizaje de los principales tópicos del currículo de matemáticas en Primaria y Secundaria y sistematizar la información disponible sobre algunos temas de carácter más general” (Rico y Sierra, 1999, pp. 36-37).

Situación en Internet

La gran mayoría de los libros relacionados con la investigación en Educación Matemática están protegidos por los derechos de autor, lo cual impone unas restricciones evidentes en lo que respecta al acceso completo de su contenido desde Internet. No obstante, por esta vía resulta factible obtener una cierta información de ellos, que por lo general se reduce a las referencias específicas del volumen, una breve reseña de la temática abordada o el índice de contenidos. El interés de estos datos parciales está justificado por cuanto su conocimiento suele ser suficiente para valorar en un primer momento la relevancia de la obra para la investigación, permitiendo de este modo al investigador agilizar su proceso de búsqueda bibliográfica. En la mayoría de los casos, dicha información es proporcionada por la propia editorial a través de su página web o también puede obtenerse mediante el programa de Búsqueda de libros de *Google*. Una excepción a destacar por su disponibilidad en Internet a texto completo es el manual editado recientemente por Gutiérrez y Boero (2006).

Es posible dar un paso más en el acceso completo del contenido de los libros especializados apelando a la colaboración entre investigadores. Así, a consecuencia de la reciente aparición de los formatos electrónicos para las publicaciones, los centros de documentación como las bibliotecas de las universidades españolas ofrecen a sus usuarios la posibilidad de acceder a un volumen considerable de libros electrónicos sobre investigación en Educación Matemática a través de su catálogo por Internet. Al igual que las versiones impresas, este material también está sujeto a las leyes de propiedad intelectual, pero se permite la visualización e impresión de cualquier página. Entendemos que por esta vía el investigador latinoamericano en formación tiene la posibilidad de acceder a un nuevo material bibliográfico contando con el apoyo desinteresado de otro investigador usuario de estos recursos.

Aquellos libros electrónicos de Educación Matemática no protegidos por los derechos de autor, y por tanto de dominio público, pueden consultarse por completo en Internet.

Publicaciones periódicas

Las revistas constituyen un medio privilegiado para la difusión de la producción investigadora. Si bien el volumen actual de publicaciones periódicas en el área dificulta la búsqueda y selección de aquella información de utilidad para el investigador, conviene tener presente también que no todas las revistas en Educación Matemática poseen la misma relevancia como fuentes documentales para la investigación[1]. Como primera aproximación, resulta válida la distinción genérica hecha por Hitt (1999) entre trabajos de investigación y propuestas de innovación para el profesorado de matemáticas. En cualquier caso, es labor del investigador conocer el tipo de información disponible en las revistas más representativas y reconocer entre los distintos trabajos publicados los artículos que reportan una investigación[2].

En la tabla 1 presentamos una muestra característica de las publicaciones periódicas actuales más relevantes en Educación Matemática. Para cada una de ellas se aporta la siguiente información:

- origen o país de procedencia;
- idioma en el que se editan los trabajos;
- tipo de artículos publicados, con dos posibilidades básicas: artículos teóricos de investigación sobre fenómenos ligados al aprendizaje de las matemáticas ([1]) y artículos sobre propuestas de enseñanza y sugerencias didácticas dirigidas a profesores de matemáticas ([2]);
- disponibilidad para el acceso remoto y la consulta de su contenido en Internet, con tres niveles básicos de accesibilidad[3].

- ***Nivel A***. Constituido por las revistas editadas de forma electrónica y de acceso libre o parcialmente completo a su contenido.

- **Nivel B.** Reúne a aquellas publicaciones con suscripción en formato papel y electrónico. Son de acceso restringido pero dejan abierta la posibilidad a sus suscriptores de acceder a su contenido en Internet, llegando incluso en ocasiones a permitir la descarga libre de algunos de sus números editados. Para ellas también es válida la recomendación sugerida en el caso de los libros especializados sobre la obtención remota de información a texto completo.

---

[1] En Hanna (1998) se discute el procedimiento y los criterios de calidad empleados por los comités editoriales de las principales publicaciones para la aceptación de un trabajo para su publicación.

[2] Aún no siendo específicas del área, existen otras revistas de interés que publican artículos de investigación sobre Educación Matemática. Suele ser frecuente también durante la investigación la consulta de artículos de publicaciones específicas procedentes de otras áreas de conocimiento.

[3] Pensamos que esta clasificación genérica proporciona también un criterio para valorar la adaptación a Internet o grado de conversión electrónica de las publicaciones periódicas.

- Nivel C. Corresponde a las revistas editadas en formato escrito que mantienen una web desde la que tan sólo se permite consultar el índice de contenido de los distintos números publicados y alguna otra información editorial complementaria.

Tabla 1. Principales publicaciones periódicas en Educación Matemática

Nombre	Origen	Idioma[4]	Contenido	Nivel De Acceso
Chreods	Reino Unido	I	[2]	A
International Journal for Mathematics Teaching and Learning	Reino Unido y Hungría	I	[2]	A
Phi Delta Kappan	EE.UU.	I	[1]	A
Philosophy of Mathematics Education Journal	Reino Unido	I	[2]	A
Unión	España	E, P	[1] y [2]	A
Educational Studies in Mathematics	Holanda	I	[2]	B
Enseñanza de las Ciencias	España	E	[2]	B
International Journal of Computers for Mathematical Learning	Holanda	I	[2]	B
International Journal of Mathematical in Science and Technology	Reino Unido	I	[2]	B
Journal of Mathematics Teacher Education	Holanda	I	[2]	B
Números	España	E	[1] y [2]	B
Mathematical Cognition [editada hasta 1999]	Reino Unido	I	[2]	B
Mathematical Thinking and Learning	EE.UU.	I	[2]	B
Mathematics Teacher	EE.UU.	I	[1]	B
The Journal of Mathematical Behavior	EE.UU.	I	[2]	B
Educación Matemática	México	E	[2]	C
Epsilon	España	E	[1] y [2]	C
Focus on Learning Problems in Mathematics	EE.UU.	I	[2]	C
For the Learning of Mathematics	Canadá	I, F	[2]	C
Hiroshima Journal of Mathematics Education	Japón	I	[2]	C
Journal for Research in Mathematics Education	EE.UU.	I	[2]	C
La matematica e la sua didattica	Italia	It	[2]	C
Quadrante	Portugal	P, E, I	[2]	C
Recherches en Didactique des Mathematiques	Francia	F, E, I	[2]	C
RELIME	México	E	[2]	C
Revista EMA	Colombia	E, P, I	[1] y [2]	C
School Science and Mathematics	EE.UU.	I	[1] y [2]	C
Suma	España	E	[1] y [2]	C
UNO	España	E	[1] y [2]	C

[4] E = Español; F = Francés; I = Inglés; It = Italiano; P = Portugués

Bases de datos

Las bases de datos proporcionan, desde una misma ubicación, un número considerable de referencias de publicaciones relacionadas con los más diversos temas de investigación. Esta característica hace que sean unas fuentes documentales especialmente eficaces y útiles para las primeras búsquedas bibliográficas a las que ha de enfrentarse el investigador en formación. En líneas generales, una base de datos *"es una publicación periódica compuesta por fichas con información sobre libros, artículos, actas de congresos, etc., publicados recientemente, que pueden clasificarse según diferentes criterios"* (Gutiérrez y Maz, 2001, p. 155). El uso de las bases de datos suele generar dos dificultades que pueden entorpecer el acceso y la adquisición efectiva de la información deseada. La primera de ellas está relacionada con el método de búsqueda. No existe un procedimiento estándar de búsqueda que pueda catalogarse como el más efectivo o adecuado. En consecuencia, es el propio investigador el que ha de diseñar en cada caso la estrategia que considere más oportuna para llegar a explicitar las referencias de aquella documentación, a priori desconocida, que más le va a interesar para su investigación. La segunda dificultad tiene que ver con el hecho de que, por lo general, una base de datos no proporciona al investigador los documentos requeridos sino tan sólo referencias de los mismos con información básica estructurada según los campos de búsqueda predefinidos por la propia base de datos (título, autor, tipo de publicación, resumen, etc.). Esta circunstancia justifica que puedan contemplarse como fuentes documentales "intermedias" en el proceso de búsqueda bibliográfica. La información relacionada con la Educación Matemática suele aparecer en bases de datos generales sobre educación y específicas propias del área.

Situación en Internet

Las bases de datos que ofrecen un acceso libre a su contenido en Internet son escasas. A modo de ejemplo, destacamos las siguientes por su alto grado de accesibilidad:

- ***Educational Resources Information Center*** **(ERIC).** Con sede en EE.UU, ERIC gestiona la mayor base de datos internacional en educación de publicaciones en inglés. Además de proporcionar referencias para la identificación de documentos permite el acceso completo a numerosos textos de investigación en Educación Matemática, sobre todo comunicaciones presentadas en encuentros científicos.

- ***Base de datos PNA*****.** Sitio web creado con el propósito de compartir la producción científica y facilitar el intercambio de información entre los miembros del grupo de investigación *Pensamiento Numérico y Algebraico*. A través de una interfaz sencilla, el usuario tiene libre acceso a unos 380 escritos en Educación Matemática de distinta naturaleza: artículos publicados en revistas, capítulos de libros editados, tesis doctorales, comunicaciones y ponencias y material diverso no publicado[5].

Otras bases de datos e índices de interés para su consulta, pero donde la obtención libre de documentos a texto completo resulta limitada, son ZDM, Teseo, UMI ProQuest Digital Dissertations, EBSCO, Dialnet o Latindex, entre otras. En trabajos como los de Ruiz, Castro y Godino (2001) y Gutiérrez y Maz (2001) puede encontrarse una información más detallada sobre las particularidades de estos recursos.

Actas de simposios y congresos

Los avances científicos presentados en forma de conferencias, ponencias o comunicaciones en los congresos, simposios, jornadas, seminarios de investigación y reuniones científicas más relevantes son editados en actas o 'proceedings'. A través de estos volúmenes, se facilita el acceso a un conocimiento especializado relevante sin necesidad de asistir a los eventos donde se expone, lo cual hace que las actas sean también una fuente de información asequible, actual y de calidad para la investigación en Educación Matemática[6]. Son destacables las actas de:

- Los *International Congress on Mathematical Education* (ICME), organizados por la International Commissión of Mathematics Instruction (ICMI) cada cuatro años. Estos eventos tienen como objetivo fundamental mostrar los avances más recientes en la investigación e intercambiar información sobre los problemas actuales en Educación Matemática a nivel mundial.

- Las Conferencias anuales del *International Group for the Psychology of Mathematics Education* (PME), donde se presentan investigaciones sobre dominios y temas variados con los propósitos de promover el contacto internacional y el intercambio de información científica en psicología de la educación matemática, promover y estimular la investigación interdisciplinar y alcanzar una mayor comprensión de los aspectos psicológicos involucrados en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas[7]. En nuestra opinión, estas actas constituyen un

---

[5] Para una información más detallada sobre su uso puede consultarse el trabajo de Gómez (2001), disponible desde la misma base de datos.

[6] Los trabajos propuestos para ser presentados en estos encuentros suelen ser sometidos para su aceptación a un control de calidad basado en el juicio y valoración ciega de dos o tres expertos. Según Rico y Sierra (1999), este sistema de evaluación filtra entre un 30 y un 50 por ciento de los trabajos que se remiten para ser publicados.

[7] Recientemente, en este grupo se ha visto incrementado el interés por el estudio de los aspectos socio-culturales implicados en la Educación Matemática. En concreto, en las ultimas ediciones se vienen presentando trabajos centrados en ámbitos como los siguientes: pensamiento matemático avanzado, sentido numérico, números racionales, pensamiento algebraico, medida, pensamiento geométrico, probabilidad y combinatoria, tratamiento de datos, recursos tecnológicos, resolución de

referente básico y representativo para constatar los rasgos distintivos de la investigación que se realiza en Educación Matemática en la actualidad.

- Los *Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (CERME), convocados cada dos años con objeto de promover la comunicación, cooperación y colaboración en la investigación en Educación Matemática en Europa.

- Las conferencias organizadas por la Commission Internationale pour l'Étude et l'Amélioration de l'Enseignement des Mathématiques (CIEAEM). Reúnen anualmente a matemáticos y profesores de secundaria, principalmente del ámbito europeo, con objeto de compartir visiones, experiencias e intenciones para la mejora de la Educación Matemática mediante la presentación y discusión de trabajos de investigación.

- En Iberoamérica, los *Congresos Iberoamericanos de Educación Matemática* (CIBEM), las *Conferencias Interamericanas de Educación Matemática* organizadas por el Comité Latinoamericano de Educación Matemática (CIAEM), las *Reuniones Latinoamericanas de Educación Matemática* (RELME) convocadas anualmente por el Comité Latinoamericano de Matemática Educativa (CLAME) o las *Conferencias Argentinas de Educación Matemática* (CAREM) realizadas por la Sociedad Argentina de Educación Matemática (SOAREM).

- Para hacernos una idea de la investigación más reciente desarrollada en España hemos de considerar las actas de los Simposios anuales organizados por la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (SEIEM).

Situación en Internet

Los consejos editores de algunos congresos y conferencias disponen las actas completas en Internet para su difusión y libre acceso. Por este motivo resulta interesante la consulta de las páginas web's de la SEIEM, de los CERME o del CLAME, desde donde es posible descargarse los trabajos de investigación presentados en las últimas ediciones. La web del PME también permite visualizar los trabajos presentados en algunas de sus recientes conferencias, si bien la mayoría de las actas de estas conferencias están disponibles en la base de datos ERIC.

Literatura gris

La información científica no publicada e intercambiada de manera interna e informal entre investigadores de un área de conocimiento específica recibe el

problemas, factores afectivos y creencias, evaluación en matemáticas, aprendizaje en adultos, epistemología, cuestiones de género, visualización, lenguaje y matemáticas, modelización matemática, modelos mentales, metacognición, estudios socioculturales, formación y desarrollo profesional del profesor o teorías del aprendizaje, entre otros.

nombre de *literatura gris*. Gran parte de la producción escrita que suele generarse durante el desarrollo de una investigación en Educación Matemática puede considerarse material de este tipo. De hecho, a lo largo de sus diferentes fases se van originando documentos y escritos de distinta naturaleza (resúmenes comentados de trabajos previos; marcos teóricos provisionales; propuestas metodológicas; reflexiones y análisis conceptuales; etc.) que suelen ser sometidos a discusión y crítica por parte de otros investigadores afines a la problemática investigada y que, sobre todo, sirven al autor para clarificar y concretar determinadas facetas de su trabajo en desarrollo.

Los informes para la discusión elaborados y presentados en las reuniones científicas de los grupos de investigación; la documentación de propósito formativo elaborada para los Cursos de Maestría y Doctorado o los borradores previos y versiones extensas de artículos destinados a la publicación, son otros de los documentos tratados como literatura gris. En este grupo se incluyen además las Tesis Doctorales, Tesis de Maestría, Memorias de Tercer Ciclo e Informes de Proyectos de Investigación no publicados.

En nuestra opinión, el uso de la literatura gris como fuente documental origina dos dificultades fundamentales relacionadas con:

1.- La calidad de los trabajos. Al ser documentos inéditos y de uso interno, en ocasiones provisionales y abiertos, es probable que no hayan recibido ninguna revisión ni valoración externa complementaria a la del propio autor, resultando difícil en estos casos garantizar su calidad. No obstante, esto no sucede con aquellos otros trabajos, como las Tesis Doctorales, que, aún no habiendo sido publicados, sí han recibido una valoración académica que los hace poseedores de un cierto nivel de calidad. En cualquier caso, entendemos que este tipo de documentos resultan en general bastante interesantes, en parte por no estar sometidos a las exigencias de un formato rígido para su publicación, por lo que conviene tenerlos presentes de cara a la investigación.

2.- El conocimiento y acceso efectivo a los trabajos. Por ser documentos de propósito específico y uso reducido, son los propios autores los que suelen darlos a conocer y proporcionar la información directamente a los interesados o a través de Internet mediante su web personal o la de su centro de trabajo. Salvo excepciones, la reducida difusión de este material hace que sea mayoritariamente desconocido y de difícil localización.

Otras fuentes

Con el propósito fundamental de dar a conocer y compartir su producción científica, en los últimos años viene incrementándose el volumen de información a texto completo ofrecido en Internet por las web's de los departamentos universitarios y de los grupos y centros de investigación en Educación Matemática así como por las páginas personales de algunos profesores e investigadores en el área. Este hecho hace que también deban contemplarse como fuentes de primer orden para la adquisición libre de documentos de interés para la investigación en Educación Matemática. Por el volumen de documentación disponible y fácil acceso es recomendable la visita a sitios como el de los grupos de investigación *Teoría y Metodología de Investigación en Educación Matemática* y *Educación Estadística* o los de los investigadores Dr. Ángel Gutiérrez (Universidad de Valencia, España) y Dr. David Tall (Universidad de Warwick, Reino Unido), entre otros.

Además de las fuentes documentales proveedoras de material bibliográfico específico, resulta interesante consultar aquella información de tipo institucional relacionada con la investigación en Educación Matemática. Se trata de un conocimiento complementario que permite al investigador percibir su trabajo como una actividad esencialmente social así como concretar la estructura organizativa del campo donde se encuentra inmerso. Como ejemplo de información de libre acceso, en Internet pueden consultarse los boletines editados regularmente por organizaciones como la SEIEM, CIAEM o ICMI a través de sus páginas web.

Finalmente, como fuente para la localización de nueva información hemos de considerar también las referencias bibliográficas incluidas en los distintos documentos y obras revisados. De hecho, las referencias bibliográficas consultadas a lo largo de una investigación posibilitan establecer vínculos de unión claves entre la documentación, constituyéndose de este modo en una de las principales fuentes para emplear en la búsqueda de información.

Comentarios finales

En línea con los trabajos que analizan periódicamente el estado actual de las fuentes de difusión y obtención de información específicas para la investigación en Educación Matemática (Batanero, 1998; Ruiz, Castro y Godino, 2001; Gutiérrez y Maz, 2001), hemos presentado una nueva revisión con el énfasis puesto en destacar algunos de los recursos bibliográficos disponibles en Internet a texto completo y señalar distintas vías alternativas para obtener aquella otra documentación no accesible de forma directa. Todo ello con el propósito fundamental de aportar al investigador latinoamericano en formación, en especial a aquel que desempeña su labor investigadora en un contexto desfavorable, soluciones operativas para la adquisición efectiva de material bibliográfico.

En el ámbito de la investigación en Educación Matemática, el dominio de las fuentes de información más relevantes requiere una actualización permanente, no exenta de problemas, en lo referente a las vías de acceso y al formato de difusión del conocimiento. La investigación exige además la planificación detallada y aplicación minuciosa de un procedimiento eficaz de recopilación de información así como de un trabajo de revisión y análisis de esa información igualmente metódico. Resulta evidente entonces que el resultado de este trabajo condiciona de manera sustancial la base final de resultados y consecuencias necesaria para justificar y sustentar la investigación propia. En nuestra opinión, se trata de una fase inicial en la investigación en Educación Matemática a la que habría que prestar una mayor atención, dada su relevancia, mediante el desarrollo de propuestas que permitan alcanzar un nivel más elevado de sistematización y concreción en el proceso. Como aportación en este sentido, consideramos que la síntesis presentada en este trabajo facilita un esquema básico de tipos y fuentes de información a texto completo de utilidad para afrontar con garantías la fase de búsqueda bibliográfica. Al mismo tiempo, proporciona unas referencias iniciales que contribuyen a la concreción de la aplicación de instrumentos metodológicos específicos como el Análisis Didáctico (Gallardo y González, 2006), que viene dando muestras de ser especialmente eficaz para la selección y el tratamiento de los antecedentes en la investigación en Educación Matemática.

Bibliografía

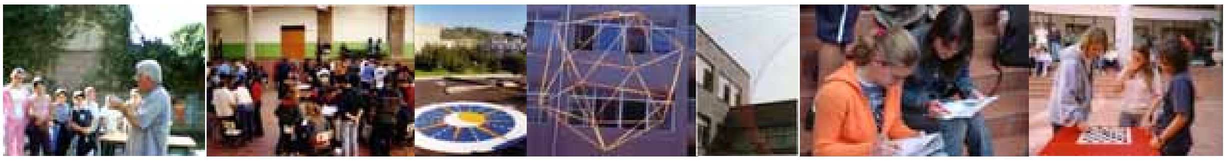
- C. Batanero (1998): “Recursos para la Educación Estadística en Internet”. Uno 15, 13-26.
- A. J. Bishop, M. A. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick, F. K. S. Leung (Eds.) (2003): Second International Handbook of Mathematics Education. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht.
- L. English (Ed.) (2002): Handbook of International Research in Mathematics Education. Lawrence Erlbaum Associates, Mahwah, NJ.
- J. Gallardo, W. Quispe (2002): “La investigación en Educación Matemática en la UNSAAC”. Revista Pedagógica Peruana Maestros 18, 8, 43-44.
- J. Gallardo, J. L. González (2006): “El Análisis Didáctico como metodología de investigación en Educación Matemática”. Ponencia invitada. X Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (SEIEM), Huesca, España.
- P. Gómez (2001): “Base de datos de documentos PNA”. En: M. Ortiz (ed.) V Reunión Científica Nacional de PNA (SEIEM). Universidad de Valladolid, Palencia.
- P. Gómez, L. Rico (Eds.) (2001): Iniciación a la investigación en Didáctica de la Matemática. Homenaje al profesor Mauricio Castro. Editorial Universidad de Granada, Granada.
- A. Gutiérrez, A. Maz (2001): “Cimentando un proyecto de investigación: la revisión de literatura”. En: P. Gómez, L. Rico (eds.) Iniciación a la investigación en Didáctica de la Matemática. Homenaje al profesor Mauricio Castro, 149-164. Editorial Universidad de Granada, Granada.
- A. Gutiérrez, P. Boero (Eds.) (2006): Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education: Past, Present and Future. Rotterdam: Sense Publishers.
- G. Hanna (1998): “Evaluating Research Papers in Mathematics Education”. En: A. Sierpinska y J. Kilpatrick (eds.) Mathematics Education as a Research Domain: A Search for Identity, 397-407. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht.
- K. Hart, F. Hitt (Eds.) (1999): Dirección de Tesis de Doctorado en Educación Matemática. Una perspectiva internacional. Cinvestav-IPN, México.

- F. Hitt (1999): "Tesis de Doctorado en Matemática Educativa en México". En: K. Hart, F. Hitt (eds.) Dirección de Tesis de Doctorado en Educación Matemática. Una perspectiva internacional, 45- 60. Cinvestav-IPN, México.
- L. Rico, M. Sierra (1999): "Didáctica de la Matemática e Investigación". En: J. Carrillo (ed.) Matemática española en los albores del siglo XXI. Hergué, Huelva.
- F. Ruiz, E. Castro, J. D. Godino (2001): "Recursos en Internet para la Investigación en Didáctica de las Matemáticas". En: L. C. Contreras, J. Carrillo, N. Climent, M. Sierra (eds.) Actas del IV Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática SEIEM, 201-212. Universidad de Huelva, Huelva.

Jesús Gallardo (Málaga, España, 1974) es Licenciado en Ciencias Matemáticas (1997) y Doctor por la Universidad de Málaga (2004). Profesor de Educación Secundaria. Docente en la Maestría en Enseñanza de la Matemática de la Universidad Nacional de San Antonio Abad de Cusco (Perú) (1999-2000) y Profesor Colaborador del Departamento de Didáctica de la Matemática, de las Ciencias Sociales y de las Ciencias Experimentales de la Universidad de Málaga (2004-2005). Miembro de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (SEIEM). Líneas de investigación en pensamiento numérico, comprensión del conocimiento matemático y enseñanza y aprendizaje del cálculo aritmético elemental.

UNIÓN
REVISTA IBEROAMERICANA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Junio de 2006, Número 6, páginas 45 - 50
ISSN: 1815-0640



Dinamización matemática

Departamento de Matemáticas

Instituto de Enseñanza Secundaria Viera y Clavijo (La Laguna, Tenerife, España)

Laberinto no virtual

1.- Introducción

Los laberintos forman parte de leyendas famosas. Entre ellas destaca la del laberinto de Creta, que el rey Minos mandó a construir para encerrar en él a su “supuesto” hijo, el terrorífico Minotauro, monstruo con cuerpo humano y cabeza de toro. Su constructor fue otro famoso de la mitología: Dédalo. Le encomendaron que hiciese una residencia que tuviese la peculiaridad de que el que entrase no pudiera salir por lo enrevesado de los pasillos, puertas, salas, etc. Lo que se suele ocultar de la leyenda es cómo nació tan desagradable criatura. Y es que la esposa de Minos se enamoró perdidamente de un hermoso toro – ¡hay gente para todo…! – y fue Dédalo quien preparó una hermosa vaquita en cuyo interior se colocó la “desesperada” esposa del rey esperando a que el toro, seducido por el encanto que Dédalo infundió a su congénere, la poseyera y allí estaba la reina esperándole. Y de tales polvos, tales lodos. La leyenda no dice si Minos se enteró de estos cuernos (y nunca mejor dicho) o nunca lo supo. Lo que sí dice es que trató de buscar un cobijo seguro para su “hijo”. Y no solo eso, sino que gracias a haber derrotado a los atenienses, éstos tenían que ofrecerle catorce jóvenes cada año para que sirvieran al Minotauro. En uno de estos envíos vino Teseo, hijo del rey Egeo, y uno de los héroes más conocidos. Con la ayuda de Ariadna, hija también de Minos, logró salir del laberinto después de dar muerte al monstruo gracias al

famoso ovillo de lana que iba desenrollando para dar con la salida cuando acabase la faena.

Teseo no hubiera necesitado el hilo de haber conocido lo que hoy sabemos de éste y otros laberintos.

2.- ¿Qué es un laberinto?

El concepto, como tantas cosas, puede tener muchas acepciones e interpretaciones. Para nosotros es un conjunto de corredores que se entrecruzan y que hay que cruzarlo partiendo de una "entrada" y volviendo a ese mismo punto después de hacer un recorrido por su interior. La situación ideal es pasar por todos los corredores antes de salir. Es evidente que el laberinto más sencillo consta de entrada, un corredor y vuelta a la entrada. A este laberinto se le puede llamar "unicursal" pues su curso tiene una sola forma de recorrerlo (es el caso del laberinto de Creta). Cuando se entrecruzan corredores, tenemos los laberintos "de árbol" y aquí cabe un amplio espectro de clasificaciones porque el laberinto puede tener o no corredores "ciegos", esto es, corredores en los que obligatoriamente hay que desandar el camino, corredores cíclicos, etc.

Por otra parte, se pueden tener laberintos más o menos complicados en función del número de corredores.

Los puntos en los que se cruzan dos corredores los llamaremos "nudos". Éstos pueden ser "pares" o "impares" en función del número de corredores que lleguen (o partan) de él.

Laberinto de Hampton Court, construido con arbustos formando un curioso seto, en el palacio de este nombre, cerca de Londres.

3.- Entrando en los laberintos.

¿Cómo recorrer un laberinto con garantías de volver a salir? Independiente del método Ariadna-Teseo, se puede entrar sin mucho temor porque existen reglas que permiten salir teniendo un poco de paciencia y de sangre fría.

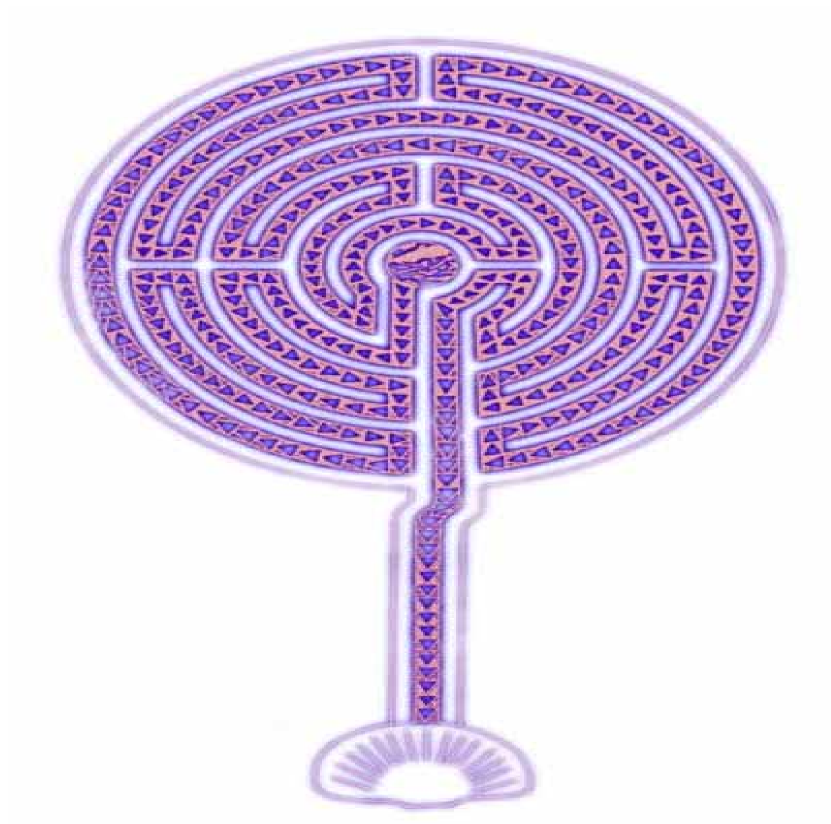
Existen algunas reglas que conviene saber:

- Todo recorrido cerrado pasa dos veces por cada corredor, una en cada sentido.
- Si un laberinto tiene n nudos, entonces tiene n + 1 corredor.

Pues bien, si recorrer un laberinto consiste en pasar por todos los corredores una vez en cada sentido partiendo del punto de entrada y volver a él, entonces para hacerlo con garantías de éxito se debe aplicar la siguiente norma:

- En todo nudo tomar el corredor por el que se llegó solo como última posibilidad
  (Tarry,1895).

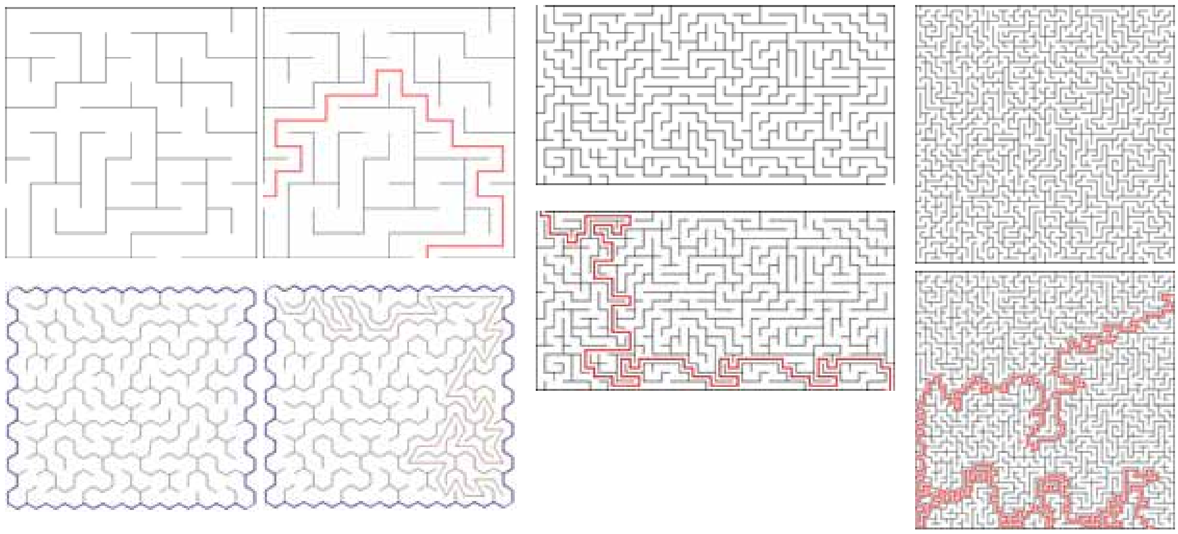
Sin embargo, hay una regla que permite recorrer algunos laberintos y que consiste en tomar siempre por la derecha (o por la izquierda) cuando se llegue a cualquier nudo. Esto significa que la mano correspondiente estará siempre en contacto con la pared homónima. El problema ahora es saber en qué tipo de laberintos esta regla es válida.



Junto al altar de la catedral de San Vitale en Rávena (Italia), famosa por sus extraordinarios mosaicos, se encuentra un laberinto medieval cristiano de siete galerías, probablemente del siglo XVI. El camino está marcado por flechas que guían hacia el exterior y que conducen hasta una pechina, símbolo de la renovación y de la peregrinación.

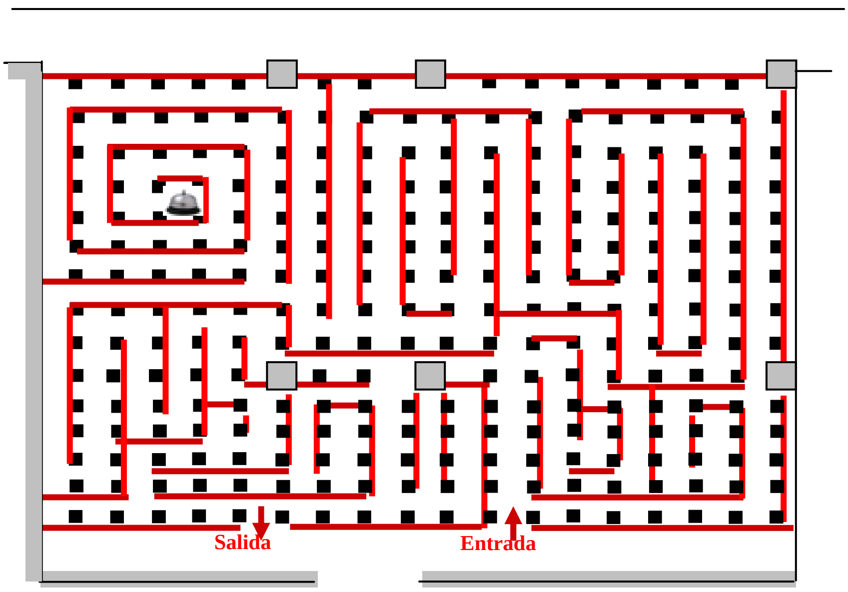
4.- Nuestro laberinto.

En el Taller de Matemáticas nos planteamos primero hacer un estudio de los laberintos de forma más o menos virtual y después construir uno en el patio interior del Centro. En Internet existen páginas que crean laberintos con diferentes grados de dificultad. Durante semanas los alumnos resolvieron estos laberintos aplicando las reglas, e incluso crearon laberintos nuevos. En la siguiente figura se muestran algunos con sus soluciones.

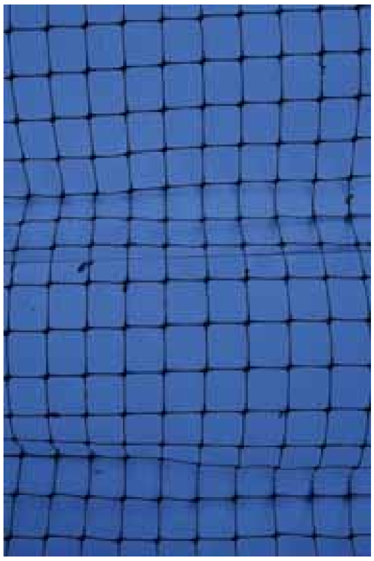


La segunda parte nos supuso superar un buen número de inconvenientes porque los medios eran escasos –normal– y, por otro lado, hacer un laberinto en el que el visitante no se pudiera ver desde fuera nos podría traer serios disgustos, como es fácil de intuir.

Se construyó un plano del patio cubierto y los alumnos diseñaron sobre él varios laberintos que fueron analizados y estudiados hasta ser elegido el mejor entre todos de ellos.



Los obstáculos se fueron superando con permanentes tormentas de ideas hasta que al final cuajó en un laberinto de 256 nudos marcados por puntales de la construcción que colocamos en la parte cubierta del patio y que nos alquiló la Asociación de Padres.



Los corredores se trazaron con una malla de plástico (sujetada con alambres) que permitía ver al visitante y con la peculiaridad de que cada tarde se podían hacer varios cambios en el recorrido para sorprender y despistar a los que creían haber descubierto, el día anterior, la solución o la salida. Al contrario de lo que en principio podría parecer, la transparencia del laberinto no facilitaba el recorrido sino que incluso lo hacía más complicado.

En el centro del laberinto se colocó una campana que se debía hacer sonar para certificar que se había llegado a ese punto.

Laberinto no virtual

Durante la Semana de Matemáticas, en la exposición de materiales manipulativos se puso una mesa con diferentes y atractivos laberintos (de bolas y otros objetos), pero ninguno, como el de puntales, cautivó a grandes y chicos.

La final del Torneo de Matemáticas celebrado el Día Escolar de las Matemáticas la ganó el equipo que hizo el recorrido por el laberinto en el menor tiempo pero con los ojos vendados, de forma que, si no aplicaban la norma, todavía podrían estar por allí intentando salir…

Lo desmontamos con bastante pena y la sorpresa de algún profesor despistado que pensaba que el instituto estaba apuntalado porque había peligro de derrumbe…

UNIÓN
REVISTA IBEROAMERICANA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Junio de 2006, Número 6 páginas 51 - 61
ISSN: 1815-0640

Sistemas educativos

La Enseñanza de la Matemática en la *ARGENTINA*

Oscar Sardella

SOAREM

Sociedad Argentina de Educación Matemática

1. Sistema Educativo

En 1984 se sancionó la ley 23114 que llamó al debate y la participación de todos los niveles de enseñanza. Fue llamado Congreso Pedagógico. Se trazaron sugerencias para una futura ley de educación. Esta ley aseguraría una sucesiva provincialización y municipalización de la gestión educativa con la transferencia de recursos del estado Nacional a las Provincias. Estas tendrían a su cargo la enseñanza inicial, primaria y media, junto con los recursos respectivos, a fin de descentralizar el sistema educativo

Se organiza y fortalece el Consejo Federal de Cultura y Educación integrado por los Ministros de Educación de las provincias, el Secretario de Educación de la Ciudad de Buenos Aires y las autoridades educativas nacionales.

Finalmente el 14 de abril de 1993 se sanciona la llamada Ley Federal de Educación que determina el sistema educativo argentino.

2. Estructura

Educación Inicial.

Educación General Básica (EGB)

Educación Polimodal

Educación Superior (Universitaria y no universitaria)

Regimenes especiales (Educación Especial, de Adultos y Artística)

Otros regímenes especiales.

Educación Inicial

La educación inicial está constituida por lo jardines de infantes para 3, 4 y 5 años de edad. Los establecimientos son autorizados y supervisados por las autoridades educativas de las provincias y del Gobierno de la ciudad de Buenos Aires.

Educación General Básica (EGB)

La Educación General Básica se divide en tres ciclos, denominados EGB 1, EGB 2 y EGB 3, cada uno de los cuales comprende tres años, siendo obligatorio su cumplimiento.

Los contenidos básicos comunes de Matemática, Lengua, Tecnología, Ciencias Naturales, Ciencias Sociales, Educación Artística, Formación Ética y Ciudadana, se organizan en bloques y cabe señalar que los contenidos de un ciclo, presupone la adquisición de los del ciclo anterior, los cuales continúan siendo trabajados, o incluidos en otros contenidos de mayor complejidad.

Los bloques finales de cada área están relacionados con procedimientos y actitudes. Estos deben vincularse permanentemente con los contenidos de los restantes bloques.

a) **Organización de los contenidos básicos comunes de matemática para la EGB**

Los contenidos básicos comunes (CBC) de Matemática han sido organizados en ocho bloques:

Bloque 1; Número

Bloque 2: Operaciones

Bloque 3: Lenguaje gráfico y algebraico

Bloque 4: Nociones geométricas

Bloque 5: Mediciones

Bloque 6: Nociones de estadística y probabilidad

Bloque 7: Procedimientos relacionados con el quehacer matemático

Bloque 8: Actitudes relacionadas con el quehacer matemático.

Los bloques permiten integraciones e interconexiones mediante la selección de temas que integren diferentes enfoques. Los bloques 5 y 7 se vinculan permanentemente con los contenidos de los bloques1 al 6.

b) Procedimientos relacionados con el quehacer matemático

Resolución de problemas

Deben trabajarse en el aula con problemas que incentiven:

- La construcción de nuevos conocimientos.
- La utilización de conocimientos ya adquiridos en situaciones dentro y fuera de la matemática.
- La extensión del campo de utilización de conocimientos ya adquiridos en situaciones dentro y fuera de la matemática.
- La extensión del campo de utilización de una noción ya estudiada.
- La investigación.

Razonamiento

El razonamiento deductivo demuestra la verdad formal de sus conclusiones como derivación "necesaria" de sus premisas.

Comunicación

Es esencial en tanto posibilite:

- Brindar y recibir información
- Establecer conexiones entre las diferentes formas de representación, concretas, gráficas, simbólicas, verbales y mentales de conceptos y relaciones matemáticas.

c) Los contenidos actitudinales generales relacionados con el quehacer matemático

Se los clasifica para su presentación en cuatro grupos:

Ético

- Confianza en sus posibilidades de plantear y resolver problemas.
- Disciplina, esfuerzo y perseverancia en la búsqueda de resultados.
- Seguridad en la defensa de sus argumentos.
- Disposición para acordar, aceptar y respetar reglas en la resolución de problemas.
- Tolerancia y serenidad frente ante los errores y logros en la resolución de

problemas.
- Respeto al pensamiento ajeno.
- Valoración del intercambio de ideas.

Socio-Comunitario

- Valoración de un espacio de investigación en el país que contribuya al desarrollo del conocimiento matemático.
- Valoración del trabajo cooperativo y la toma de responsabilidad para lograr un objetivo común.
- Apreciación del valor del pensamiento lógico para la búsqueda de soluciones a los problemas de la comunidad.

Conocimiento Científico Tecnológico

- Curiosidad, apertura y duda como base del conocimiento científico.
- Sentido crítico sobre los resultados obtenidos.
- Valoración de la matemática como construcción humana.
- Valoración de la matemática en su aspecto lógico e instrumental.

Expresión y Comunicación

- Valoración del lenguaje claro y preciso como expresión y organización del pensamiento.
- Corrección, precisión y prolijidad en la presentación de trabajos.

d) **Gratuidad de la enseñanza**

Se establece que el presupuesto educativo debe garantizar la gratuidad de los servicios estatales, en todos los niveles y regímenes especiales, así como el aporte financiero a las universidades estatales, para que este servicio se preste a todos los habitantes del país.

Se establece un sistema de becas para los alumnos en condiciones socio económicas desfavorables.

e) **Obligatoriedad**

Todas las jurisdicciones deben garantizar el cumplimiento de la obligatoriedad desde los 5 hasta los 15 años, o sea hasta el final del EGB 3.

Los docentes que dictan clases en la Educación Inicial, EGB1, EGB2 y EGB3 son formados en los Institutos de Formación Docente.

f) **Enseñanza de gestión privada**

Reciben aportes del estado solo para cubrir los sueldos de los docentes, teniendo en cuenta la zona de influencia, la función social que cumplen y el tipo de establecimiento.

El personal docente debe tener títulos habilitantes reconocidos en la normativa docente y recibirán una remuneración mínima igual al de los docentes de gestión oficial.

Educación polimodal

Ofrece varias modalidades como por ejemplo: Ciencias Naturales, Economía y Gestión de las Organizaciones, Humanidades y Ciencias Sociales, Arte Diseño y Comunicación, entre otras.

Se pretende una articulación con la EGB, con los trayectos técnicos profesionales, con los estudios superiores y con el medio productivo.

Todas las modalidades tienen una formación general de fundamento donde figura Matemática y una formación orientada.

En cuanto a las instituciones pueden tener solo Polimodal, EGB3 y Polimodal, EGB y Polimodal o todos los niveles.

Educación superior

La ley 24521, de Educación Superior, sancionada el 20 de julio de 1996 junto con los documentos emitidos por el Consejo Federal de Cultura Educación regula la enseñanza superior universitaria y no universitaria.

En uno de esos documentos se fijan las bases para la organización de la formación docente y se mencionan los tipos de instituciones de formación docente, ellos son:

a) Institutos superiores de formación docente

b) Colegios universitarios

c) Institutos universitarios

d) Universidades

a) Institutos superiores de formación docente

Son instituciones de nivel superior no universitario de formación docente- para los niveles no universitario del sistema educativo… Preparan docentes para EGB3 y Polimodal y para dichas instituciones no universitarias.

Pueden celebrar convenios de asistencia académica con instituciones universitarias, según la defina la legislación provincial y de la Ciudad de Buenos Aires.

La articulación entre instituciones no universitarias pertenecientes a distintas jurisdicciones, se regulan por los mecanismos que estas acuerden en el seno del Consejo Federal de Cultura y Educación, que está integrado por los Ministros de Educación de las Provincias y de la Nación.

A los fines de articulación entre diferentes instituciones universitarias el reconocimiento de estudios parciales, asignaturas de las carreras de grado aprobadas en cualquiera de estas instituciones, se hace por convenio entre ellas, conforme a los requisitos y pautas que se acuerden en el consejo de universidades.

Los egresados de los Institutos Superiores de Profesorado, situados en Buenos Aires, que dependen de la Secretaria de Educación del Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires y cuentan con varios profesorados, entre ellos el de Matemática,. pueden seguir Licenciaturas y Maestrías en diferentes universidades.

b) Colegios universitarios

Son instituciones pospolimodales de nivel superior no universitario que pueden tener carreras:

- De formación docente de diferentes niveles, que hayan acordado mecanismos de acreditación y articulación con instituciones universitarias.
- Carreras técnicas articuladas con la universidad.
- De formación permanente en forma sistemática o asistemática para adultos.

c) Institutos universitarios

Son aquellos que circunscriben su oferta a una sola área disciplinar, podrán ofrecer carreras docentes especializadas en una única área disciplinaria

d) Universidades

Instituciones universitarias que, en el marco de su autonomía y respetando los contenidos curriculares básicos ofrezcan carreras de formación docente para uno o más niveles del sistema educativo.

Educación superior universitaria

La ley de Educación Superior indica que las universidades deberán asegurar el funcionamiento de las instancias internas de evaluación institucional, que tendrán por objeto analizar los logros y dificultades en el cumplimiento de sus funciones, así como sugerir medidas para su mejoramiento.

Las auto evaluaciones se completarán con evaluaciones externas, que se harán como mínimo cada seis años, en el marco de los objetivos definidos en cada institución.

Deberá abarcar las funciones de docencia, investigación y extensión.

Las evaluaciones están a cargo de la Comisión Nacional de Evaluación y Acreditación Universitaria o de entidades privadas constituidas con ese fin, en ambos casos con la participación de pares académicos de reconocida competencia.

Las recomendaciones para el mejoramiento institucional que surjan de las evaluaciones tienen carácter público.

Los patrones y estándares para el proceso de acreditación, los establece el Ministerio de Educación previa consulta con el Consejo de Universidades.

Anexo I

Programas de matemática para primer y segundo año de las escuelas medias de la ciudad de Buenos Aires

El siguiente resumen fue extraído de la publicación “Actualización del programa de nivel medio”.Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires. Secretaria de Educación. Dirección de Currícula.

El programa de primer y segundo año en el área fueron elaborados teniendo como propósito fundamental lograr que la actividad matemática de las aulas constituya una práctica que contribuya a la formación intelectual y social de los jóvenes.

Los contenidos se organizan en tres bloques:

1) **Números**

2) **Álgebra y funciones.**

3) **Geometría.**

El bloque Números abarca el estudio de los números naturales, enteros y racionales, tanto en primero como en segundo año. Se trata de consolidar los conocimientos de los alumnos y de proponer nuevos aspectos del funcionamiento de los números.

Primer año

Organización de contenidos

Números

Unidad 1. Números naturales.
Unidad 2. Números enteros.
Unidad 3. Números racionales.

Álgebra y Funciones

Unidad 1. Aproximación a las funciones a través de los gráficos.
Unidad 2. Funciones lineales.

Geometría

Unidad 1. Congruencia de triángulos y aplicaciones.
Unidad 2. Construcciones con regla no graduada y compás.
Unidad 3. Teorema de Pitágoras y aplicaciones.

Segundo año

Organización de contenidos

Números

Unidad 1. Números enteros.
Unidad 2. Combinatoria.
Unidad 3. Números racionales.

Álgebra y Funciones

Unidad 1. Funciones.
Unidad 2. Función lineal. Ecuaciones e inecuaciones lineales en una variable.
Unidad 3. Ecuación de la recta. Ecuaciones e inecuaciones lineales en dos variables.
Unidad 4. Sistemas de ecuaciones.

Geometría

Unidad 1. Posiciones relativas de una recta y una circunferencia. Ángulos inscritos.
Unidad 2. Alturas y medianas de un triángulo bisectriz de un ángulo y mediatriz de un segmento.
Unidad 3. Teorema de Thales, Semejanza.

Anexo II

Nuevos planes de estudio en los Institutos de Profesorado en la ciudad de Buenos Aires

En la República Argentina la formación de docentes la realizan en general, los Institutos Superiores de Profesorado, que son instituciones de nivel superior no universitario.

Estas instituciones cuentan con nuevos planes de estudio. Por ejemplo en el Instituto Superior del Profesorado, Dr. Joaquín V. González, institución que cumplió 100 años en la formación de docentes de distintas especialidades, tiene para el Profesorado en Matemática un plan de estudio estructurado en base a tres ejes fundamentales: eje disciplinar, eje de aproximación a la realidad y de la práctica docente y eje de formación común de docentes.

El total de horas de la carrera es de 4352, distribuidas del siguiente modo:

– para eje disciplinar: 2768 horas, es decir, el 63,60 %.

– para el eje de aproximación a la realidad y de la práctica docente: 704 horas, o sea, el 16,18 %.

– y para el eje de formación común: 889 horas, que representa el 20,22 %.

Requisitos:

– Un conocimiento básico del idioma inglés en su comprensión lectora para acceder a bibliografías extranjeras.

– Dominio básico de la Informática. Las herramientas informáticas facilitan la presentación de trabajos y la búsqueda y elaboración de información a través de la red Internet.

Ambos requisitos pueden ser rendidos por los alumnos en algún momento de la carrera.

Régimen académico:

La carrera está estructurada de tal manera que puede ser finalizada en cuatro años. Componen el plan de estudio 32 asignaturas de las cuales:

– 19 pertenecen al eje disciplinar.

– 11 al eje de formación común (9 materias y 2 requisitos)

– 4 al eje de aproximación a la realidad y a la práctica docente.

Todos los espacios curriculares del plan son obligatorios y están divididas en anuales y cuatrimestrales.

Tienen además distintas modalidades: materia, taller, seminario trabajo de campo, asignatura con trabajo de campo y asignatura con residencia.

Espacios curriculares en los diferentes ejes con su modalidad:

– Eje disciplinar.

- Algebra I (anual), Taller de Matemática (taller anual). Análisis Matemático I (anual), Geometria I (anual).
- Análisis Matemático II (anual), Geometría II (anual), Computación I (cuatrimestral), Física (anual), Historia de la Matemática (anual), Algebra II (anual).
- Algebra III (anual), Probabilidades y Estadística (anual), Matemática Aplicada I (anual), Computación II (cuatrimestral), Fundamentos de la Matemática (anual), Matemática Aplicada II (anual), Análisis Matemático III (anual), Instancia electiva I (a elegir entre dos propuestas, seminario), Instancia electiva II (a elegir entre dos propuestas,seminario).

– Eje de formación común:

Taller de expresión Oral y Escrita I (taller anual), Taller de Expresión Oral y Escrita II (taller anual), Introducción a la Filosofía (anual), Pedagogía General (anual), Psicología del Desarrollo y del Aprendizaje (anual), Didáctica General (anual), Historia Social de la Educación (anual), Estado, Sociedad y Derechos Humanos (anual), Política Educacional y Legislación Escolar (Cuatrimestral).

– Prerrequisitos:

Idioma e Informática (talleres de acreditación obligatoria).

– Eje de Aproximación a la Realidad y a la Práctica Docente:

Trabajo de Campo I (taller cuatrimestral), Trabajo de Campo II (taller anual), Didáctica General (anual), Didáctica Especifica I y Trabajo de Campo III (taller anual), Didáctica Específica II (anual, taller presencial con residencia).

Los diferentes espacios curriculares se pueden cursar y rendir de acuerdo con un plan de correlatividades.

3. Evaluación

La modalidad de evaluación dependerá de varios factores: la asignatura en cuestión, el número de alumnos que la cursan y la propia metodología del espacio curricular.

Las asignaturas de taller tendrán su acento en la evaluación en proceso. Las instancias de evaluación estarán dadas por trabajos prácticos, exposiciones orales, presentación de un determinado tema con técnicas grupales adecuadas: rolle playing, debate, panel de expertos, foro, ensayos, etc.

Los trabajos de campo permitirán poner en contexto de evaluación, múltiples aplicaciones de la metodología de investigación: encuestas, relevamientos, estudio de casos, etc.

Los seminarios tendrán como instancia de evaluación la producción de trabajos de investigación o de tipo monográficos.

Los profesores a cargo de las diferentes asignaturas del plan podrán optar por la promoción sin examen final cuando el número de alumnos que la cursan no supere los veinte para poder realizar un monitoreo personalizado de los progresos de los mismos en distintas competencias y habilidades cognitivas. Esta modalidad no es obligatoria y se puede optar por la promoción con examen final. La promoción de la asignatura estará dada por la aprobación de trabajos prácticos que puede tener diversas modalidades. Aprobados los mismos, los alumnos deberán rendir examen final de la asignatura en cuestión.

UNIÓN
REVISTA IBEROAMERICANA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Historia

Junio de 2006, Número 6 páginas 63-71
ISSN: 1815-0640

Coordinador: Wagner Rodrigues Valente

La matemática moderna en España

Mª Teresa González Astudillo

A comienzos de la década de los cincuenta, se inicia en España una nueva etapa en la evolución del régimen franquista (1939-1975) marcada por la vuelta de los embajadores[1], el Acuerdo del Convenio de Cooperación y Amistad con USA y una cierta reactivación de la vida política[2]. En los años sesenta se moderniza la economía española aunque manteniendo los principios políticos del régimen en lo que se llamó la tecnocracia. Se produjo un fuerte desarrollo económico en el que tuvo mucho que ver el turismo (consecuencia de la devaluación de la peseta) y la emigración de cientos de miles de españoles desde las zonas más deprimidas de España hacia diferentes países de Europa y América lo que fue una importante fuente de divisas.

La estructura social cambió radicalmente, creándose nuevos grupos sociales como los tecnócratas, se produjo un notable crecimiento de la clase media urbana vinculada al sector servicio y a las profesiones liberales y un masivo éxodo rural. Como consecuencia mejoraron las condiciones de vida, hecho que impulsó un cambio en los valores socioculturales y una reivindicación de mayores libertades políticas, económicas y culturales con lo que aumentó la conflictividad social.

En el plano educativo, se nombra en 1951 a Joaquín Ruíz Jiménez como Ministro de Educación Nacional. Bajo su mandato se dicta la ley de reforma del Bachillerato, pero principalmente se le reconoce como el padre del plan quinquenal de escuelas públicas por el cual se impulsaba la construcción de centros escolares.

---

[1] En 1946 la ONU rechaza el ingreso de España y recomienda la retirada de los embajadores a sus miembros como represalia por el apoyo de España a la causa nazi tras la derrota de Alemania en 1945.

[2] En 1953 España ingresa en la ONU y se establecen las bases militares estadounidenses en España. Es en este momento cuando se produce la mayor apertura internacional del régimen franquista.

También dio lugar a un proceso de cierta modernización de la enseñanza con la toma de contacto con organismos educativos internacionales. (Sierra, González y López, 2006)

El 6 de febrero de 1953 una Orden Ministerial firmada por Joaquín Ruíz Jiménez aprueba los cuestionarios que regirían las actividades didácticas en la escuela primaria y que fueron publicados el 1 de febrero de 1953, constituyendo los primeros cuestionarios de la legislación española. La enseñanza primaria se dividía en tres periodos: cuatro cursos de Enseñanza Elemental (seis a doce años), dos cursos de Perfeccionamiento (diez a doce años) y tres cursos de Iniciación profesional (doce a quince años). En 1964, con la ley de 29 de abril[3] se declara obligatoria la escolarización de los seis a los catorce años[4].

En la Enseñanza Media, a partir de los años sesenta se produce una gran expansión y una "democratización" de la misma en el sentido de una ruptura de su carácter minoritario tradicional. La ley de 8 de abril de 1967 (BOE de 11 de abril establecía que el primer ciclo de la Enseñanza Media, que comprendía los estudios de Bachillerato Elemental[5], constaría de cuatro cursos y sería único para todos los alumnos de este grado. En el Bachillerato Elemental se debían estudiar los conocimientos fundamentales, sin referencia a conocimientos profesionales o de índole laboral. Los alumnos que estuvieran en posesión del título de bachiller elemental podrían acceder al Bachillerato Superior (quinto y sexto, éste último dividido en Ciencias y Letras).

En este contexto, y dos años después del coloquio de Royaumont (1959), el Centro de Orientación Didáctica (COD) del Ministerio de Educación Nacional organizó en Madrid una Reunión de Catedráticos de Matemáticas de Enseñanza

[3] En ese momento era ministro de Instrucción Pública Lora Tamayo
[4] Hasta ese momento solo había sido obligatoria hasta los doce años.
[5] Los alumnos accedían al Bachillerato Elemental a los 10 años de edad con lo que se superponían algunos estudios de la Enseñanza Elemental con la Enseñanza Media; los alumnos debían decidir a los 10 años qué camino tomar, o bien una formación elemental que les fuera formando en una profesión, o bien, la Enseñanza Media como preparación para la Enseñanza Superior.

Media con el título *"Nuevas Orientaciones en la Enseñanza de las Matemáticas"*. En dicha reunión el Catedrático de Geometría de la Universidad de Madrid D. Pedro Abellanas informó sobre la necesidad de modificar el currículo de matemáticas del Bachillerato y adaptarlo a la orientación de las matemáticas modernas:

> "Al no ser la Matemática Moderna una moda de un grupo de investigadores, sino la tarea genuina que tienen que realizar las generaciones actuales de matemáticos, de ello se despende que toda la matemática que siga se apoyará sobre esta matemática moderna y no sobre los Elementos de Euclides, como aconteció hasta el siglo pasado, y ello implica la necesidad de formar a las nuevas generaciones en el espíritu de la matemática que va a ser vigente en los años venideros" (Revista de Enseñanza Media, nº 92-94, p. 1796)

La ponencia encargada de "*La enseñanza de la Matemática en el Bachillerato"* recogió esta recomendación, estimando que debería procederse al estudio temático de la Matemática Moderna desde los primeros cursos, señalando una serie de tópicos que deberían ser tratados: Conjuntos; Operaciones fundamentales con conjuntos; Producto de Conjuntos; Relaciones binarias; Aplicaciones entre Conjuntos; Concepto de Función; Equivalencia; Simetrización de un Semigrupo; Grupos; Reversibilidad de las Operaciones; Espacio Vectorial.

Conscientes de que no se trataba de cambiar unos temas por otros, sino de una nueva estructuración de las Matemáticas en la Enseñanza Media, dicha Ponencia propuso que se realizase un trabajo experimental previo. De este modo, a comienzos de 1962 se constituyó en el seno del Centro de Orientación Didáctica, la "Comisión para el Ensayo Didáctico sobre la Matemática moderna en los Institutos Nacionales de Enseñanza Media" presidida por D. Pedro Abellanas, y cuyo trabajo piloto se desarrollará en los Institutos "Cervantes" (Madrid) por el profesor José Ramón Pascual Ibarra; "Milá y Fontanals" (Barcelona) por el profesor Juan Casulleras Regás y "Padre Suárez" (Granada) por el profesor Francisco Marcos de Lanuza. (Rico y Sierra, 1994). La implantación de la Matemática Moderna se comenzará por el Bachillerato Superior, se continuará con el Bachillerato Elemental y, finalmente, se extenderá a la Enseñanza Primaria.

Para la enseñanza secundaria el Ministerio de Educación Nacional editó unos Cuadernos Didácticos dedicados a desarrollar temas de Matemáticas desde la orientación del Programa de las Matemáticas Modernas. Se editaron dos series, la primera, en 1961 bajo la denominación general de *Apuntes.* Estos apuntes se pueden considerar el fruto de la experimentación en quinto de Bachillerato y fueron redactados por los profesores Casulleras y Marcos de Lanuza como notas de clase, es decir, son los temas que se impartieron durante aquel curso por la Comisión presidida por Pedro Abellanas.

Todos estos temas se desarrollan bajo un lenguaje algebraico-conjuntista, así las rectas del plano son conjuntos de puntos; los números, clases de equivalencia; las operaciones, aplicaciones,…La segunda serie, editada en 1962 constaba de 16 capítulos, se denominaba *Apuntes para 6º curso* y fue redactada por los profesores Casullera Regas, y Marco y Calero.

Los cuestionarios del Bachillerato elemental (de primero a cuarto, 10-14 años) se publicaron en el BOE del 30 de septiembre de 1967 (O.M. de 4 de septiembre). Son unos cuestionarios donde aparecen por primera vez contenidos propios de la Matemática moderna: conjuntos, correspondencias, aplicaciones, etc. e incluyen unas amplias orientaciones metodológicas.

La distribución de las materias se hizo por cursos agrupando los temas alrededor de las estructuras algebraicas fundamentales y prescindiendo por lo tanto de la tradicional separación entre Aritmética y Geometría. Así, en primero la estructura dominante es la de grupo (números naturales y segmentos); en segundo, el grupo y el anillo (números enteros, segmentos orientados, movimientos, ángulos como giros); en tercero, aparece la estructura de cuerpo con los números racionales; finalmente en cuarto como ya están las estructuras necesarias se hace énfasis en la sedimentación y revisión de todo lo incluido en el ciclo y se introducen algunas nociones sobre polinomios.

Las orientaciones metodológicas se hacían para cada curso del Bachillerato elemental. La teoría de conjuntos, las aplicaciones y relaciones constituían nociones básicas sobre las que construir las Matemáticas. Así, por ejemplo, en segundo curso se decía que la introducción de las relaciones de equivalencia posibilitaría presentar los números enteros como clases de pares equivalentes de números naturales, sin dejar por ello de utilizar recursos intuitivos que ilustraran este proceso. En tercero se hace la distinción entre aplicación y función, reservando esta última para el caso de conjuntos numéricos, la proporcionalidad se considera, por tanto, una aplicación por ser una correspondencia entre magnitudes.

Los cuestionarios para 5º y 6º no llegaron a publicarse aunque sí lo hicieron dos textos piloto para quinto y sexto curso[6] (1967), que pueden considerarse como los nuevos cuestionarios.

[6] Estos libros fueron escritos por los profesores Pedro Abellanas Cebollero, Joaquín García Rúa, Alfredo Rodríguez Labajo, Juan Casullera Regas y Francisco Marcos de Lanuza

Prácticamente su contenido y desarrollo coincidían con los *Apuntes* publicados por el MEC pocos años antes y que ya se han mencionado en el segundo apartado de este capítulo estando el lenguaje conjuntista de la matemática moderna presente en todos los temas.

La **Ley General de Educación (LGE**) de 1970 estableció un nuevo Bachillerato calificándolo como unificado y polivalente (BUP); unificado porque conducía a un título único y polivalente porque comprendía, además de las materias comunes y las optativas, una actividad técnico- profesional. La duración el Bachillerato se desarrollaba en tres cursos (14-17 años) y se establecía el Curso de Orientación Universitaria (COU), como preparación a los estudios superiores. Sin embargo, estas normas para el Bachillerato tardaron cinco años en desarrollarse. Las Matemáticas se dividen en tres asignaturas, una por curso, con un carácter eminentemente estructuralista.

La primera vez que se hace referencia a la Matemática Moderna en la Enseñanza Primaria es a través de la Ley General de Educación en 1970, así, el 2 de diciembre de 1970 se aprueban por Orden ministerial de Villar Palasí, las **Orientaciones Pedagógicas para la Enseñanza General Básica**[7] . Para facilitar la creación de estructuras mentales se introduce la Matemática Moderna desde la primera etapa (6-10 años de edad). Esto permite, por ejemplo, la construcción de los números como una propiedad de los conjuntos, facilita la comprensión de estos conceptos antes de introducir los mecanismos correspondientes a las operaciones y evita el aprendizaje memorístico. En la segunda etapa (10-14 años) se insiste en los aspectos más formales y formativos de las matemáticas y se pretende que el alumno logre claridad, rigor y precisión en el pensamiento. Se concedió gran importancia al estudio de conjuntos y estructuras algebraicas, que se consideraron como un fin en sí mismos.

[7] BOE de 8 de diciembre de 1970, aunque se publicaron en un folleto que no lleva más referencia que "Imprenta Nacional del Boletín Oficial del Estado". Posteriormente, se publicaron también en la revista Vida Escolar, 124-125, de diciembre-enero de 1970-71.

Las Orientaciones Pedagógicas se mantuvieron hasta el curso 1981-1982, aunque muy pronto se empezó a sentir la necesidad de una rectificación, y surgieron las **Instrucciones sobre Aplicación de las Orientaciones Pedagógicas** a los primeros cursos de EGB y coordinación con los niveles de Preescolar, aprobadas por Resolución de la Dirección General de 21 de octubre de 1977, constituyen el punto de arranque de un trabajo que a lo largo de cuatro años movilizó a cientos de profesores y especialistas y que levantó críticas y sugerencias de todos los sectores interesados mediante consulta pública. Finalmente, el 9 de enero de 1981, el ministro de Educación Juan Antonio Ortega y Díaz-Hambrona publica el Real Decreto (BOE del 17), que ordena la Educación General Básica en dos etapas (Primera y Segunda) y tres ciclos

- Ciclo inicial que comprende el primero y el segundo curso de EGB
- Ciclo Medio que comprende los cursos tercer, cuarto y quinto de EGB
- Ciclo Superior que comprende los cursos sexto, séptimo y octavo de EGB

Posteriormente se publicaron[8] los **Niveles Básicos de Referencia**[9] obligatorios en toda España, excepto en los territorios autónomos[10] que tienen reconocidas competencias educativas. En el área de matemáticas se inician con una introducción en la que se menciona el nivel evolutivo del niño en clara referencia a Piaget, se

[8] Los programas de las materias van a recibir el nombre de Programas Renovados con una estructura que pretende ser coherente entre las diversas áreas de enseñanza. En esta estructura se distinguen lo que son los bloques temáticos que se subdividen en temas de trabajo, en cada tema de trabajo se establecen los Niveles Básicos de Referencia, que vienen a ser como los objetivos que se han de alcanzar obligatoriamente (incluyen conocimientos, actitudes, valores, hábitos, destrezas y técnicas) y por último un conjunto de actividades que se proponen como idóneas para alcanzar cada uno de los objetivos propuestos a modo de sugerencia

[9] Por Resolución de la Dirección General de Educación Básica de 11 de febrero de 1981 (Colección Legislativa del Ministerio de Educación, febrero de 1981, páginas 113-144) se dan normas y orientaciones metodológicas para la aplicación de los programas. En la Revista Vida Escolar, núm 208, septiembre-octubre de 1980 se encuentran las tres disposiciones citadas, así como gran cantidad de sugerencias y actividades para el desarrollo de la enseñanza. A estos nuevos programas se les conoció con el sobrenombre de Programas Renovados

[10] Es en este momento en el que empiezan a cobrar relevancia la Autonomías, de forma se dota a las regiones autónomas históricas (País Vasco, Cataluña y posteriormente Galicia) de cierta compentencias en materias de gestión sanitaria, educativa,...

identifican las características más relevantes que determinan los contenidos a impartir y la metodología más adecuada para ello.

Los Programas Renovados fueron fruto de un equilibrio entre profesores e inspectores de matemáticas de bachillerato, que velaban por la pureza de los contenidos, y de algunos inspectores de EGB que aportaban las consideraciones didácticas, carecían de base empírica y no contaron con especialistas de educación matemática. Casi desde el momento de su publicación fueron objeto de fuertes críticas se señalaron múltiples deficiencias en los citados Programas contradicción existente entre las ideas expresadas en las introducciones de los bloques y su desarrollo posterior, falta de jerarquización de los contenidos, falta de sentido en la incorporación formal de cuestiones sobre teoría de conjuntos, inexistencia de interdisciplinariedad, ausencia en los bloques temáticos de aplicaciones de las matemáticas y conexión con la realidad, contradiciendo las citas de la introducción, ausencia de orientaciones metodológicas en el desarrollo de los contenidos (Rico y Sierra, 1994).

Bibliografia

- Abellanas, P. (1961) La Matemática Moderna y la Enseñanza Media. Revista de Enseñanza Media, nº 92-94, pp. 1775-1804
- Lorenzo Vicente, J.A. (2003) La enseñanza media en la España franquista (1936-1975). Editorial Complutense: Madrid.
- Revista de Enseñanza Media (1962) La Matemática Moderna en el Bachillerato. Revista de Enseñanza Media, nº 99-102, marzo-abril 1962, pp. 385-389.
- Rico, L. y Sierra, M. (1991) La Comunidad de Educadores Matemáticos. En A. Gutiérrez (ed.) Área de conocimiento didáctica de la matemática. Madrid: Síntesis.
- Rico, L. y Sierra, M. (1994) Desarrollo de la Educación Matemática en España desde la guerra civil (1936) hasta la Ley General de Educación. En J. Kilpatrick, L. Rico y M. Sierra Educación Matemática e Investigación. Síntesis: Madrid.
- Sierra, M. González Astudillo, M.T. y López, C. (2003) El concepto de continuidad en los manuales españoles de enseñanza secundaria de la segunda mitad del siglo XX. Educación Matemática, 15 (1), pp.21-50

- Sierra, M. González Astudillo, M.T. y López, C. (2005) Evolución histórica de la enseñanza de las Matemáticas a través de contenidos y edades. (Memoria inédita)

Mª Teresa González Astudillo. Universidad de Salamanca**.**

Junio de 2006, Número 6, páginas 73-78
ISSN: 1815-0640

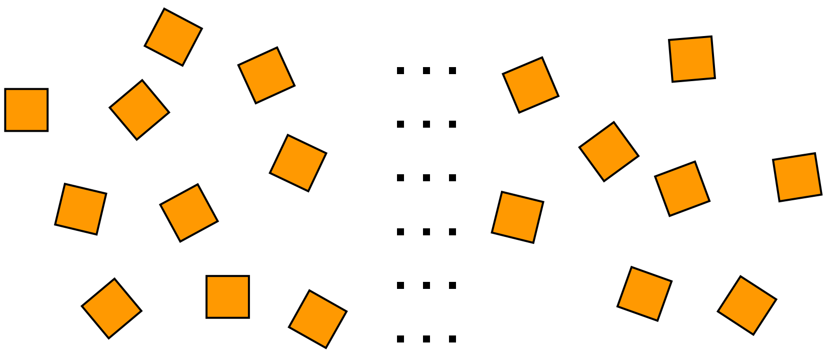
El rincón de los problemas

Uldarico Malaspina Jurado

Pontificia Universidad Católica del Perú
umalasp@pucp.edu.pe

Problema

Determinar el perímetro mínimo que puede tener una región poligonal construida con *n* cuadrados, cada uno de área 1.(*)

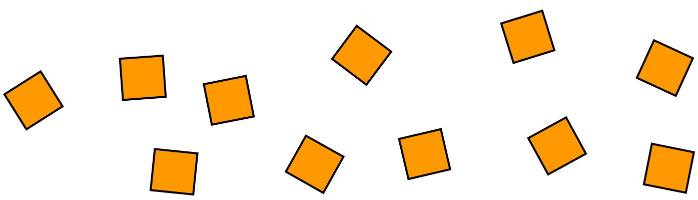


Este interesante problema puede ser utilizado didácticamente en distintos niveles educativos. De hecho, he tenido experiencias muy enriquecedoras al aplicarlo a estudiantes de primaria, de secundaria y de nivel superior, y a profesores de secundaria. Ciertamente, la presentación no fue la misma en todos los casos.

A continuación muestro cómo fue presentado en sendos talleres con estudiantes universitarios y con profesores de secundaria:

Situación

Se tienen 11 fichas cuadradas, todas del mismo tamaño.



(*) Problema que expuse en *el Colloque du Réseau international des IREM*, Paris, marzo del 2006

Actividades individuales

Asumir que cada ficha es de perímetro 4

1. Construir con las 11 fichas, sin superposiciones, una región poligonal que tenga perímetro 18.
2. Construir con las 11 fichas, sin superposiciones, una región poligonal que tenga el menor perímetro posible.

Actividades grupales

1. Explicar cómo se construiría una región poligonal con 476 cuadrados, cada uno de área 1, de modo que tenga perímetro mínimo.
2. Hallar el perímetro de la región poligonal correspondiente a la actividad anterior.
3. Determinar el perímetro mínimo que puede tener una región poligonal construida con *n* cuadrados, cada uno de área 1.
4. Proponer otras actividades u otro problema a partir de lo trabajado.

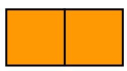
Examinemos el problema

El problema propuesto nos brinda una excelente oportunidad para mostrar que se puede llegar a una solución del problema general examinando previamente los casos más sencillos.

Llamemos P(n) al perímetro mínimo del polígono construido con n cuadrados unitarios.

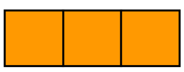
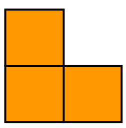
Si n = 1, tenemos un caso trivial y claramente P(1) = 4.

Si n = 2, de manera natural obtenemos



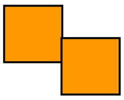
Y en consecuencia P(2) = 6

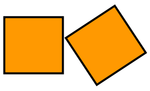
Si n = 3, esencialmente, sólo hay dos formas de añadir un cuadrado al rectángulo anterior:

Así:  o así 

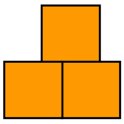
En consecuencia P(3) = 8

Lo hecho hasta aquí nos permite reflexionar sobre la intuición y el rigor al examinar estos dos casos, pues al considerar el caso $n = 2$, de manera natural hemos considerado los dos cuadrados unidos completamente por sus lados, eliminando (¿intuitivamente?) casos como los siguientes:





Y al examinar el caso $n = 3$, no hemos considerado casos como el siguiente



El problema brinda así la oportunidad de examinar situaciones equivalentes y de considerar el caso $n = 2$ en una perspectiva más formal y rigurosa, planteando el problema

$$\text{Maximizar } 8 - 2x, \text{ sujeto a la restricción } 0 \leq x \leq 1$$

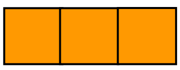
(8 es el perímetro máximo que podría tener una figura construida con dos cuadrados y x representa la longitud de la parte común que se deja de incluir en el perímetro de la nueva figura.)

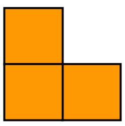
Este problema nos permite hacer un análisis gráfico de la optimización de una función lineal sujeta a restricciones específicas de su variable. Resolverlo y encontrar que el valor que maximiza la función es $x = 1$, nos lleva a descartar formalmente los dos casos que habíamos considerado al reexaminar el caso $n = 2$

El análisis hecho y las observaciones al manipular las fichas (o trabajar con lápiz y papel) en los casos con $n = 4$ y $n = 5$ permiten concluir que:

I. Al añadir un cuadrado a una figura construida, el perímetro de la nueva figura puede ser incrementado en dos unidades o puede ser el mismo. Esto último ocurrirá si la figura a la que añadimos el cuadrado no es convexa; es decir, permite que el nuevo cuadrado tenga dos lados de contacto con la figura anterior.

   Por ejemplo, con $n = 3$, ya vimos que $P(3) = 8$ y que tenemos dos posibles regiones poligonales:





Observamos que al añadir un cuadrado a la figura de la izquierda, el perímetro mínimo de la nueva región poligonal es 10, pero al añadirlo a la figura de la derecha, formando un cuadrado, el perímetro mínimo sigue siendo 8; así P(4)=8

II. La región poligonal que tendrá el perímetro mínimo será aquella que más se aproxime a un cuadrado.

Esto es coherente con la solución del problema de determinar el rectángulo de perímetro mínimo y área dada. Tal problema lo planteamos como

Minimizar $2x + 2y$
sujeto a $xy = K$ (constante dada)

Otra vez, tenemos la oportunidad de examinar un problema de optimización planteado formalmente, que ahora es de dos variables y con restricción no lineal. El problema puede resolverse gráficamente y sin recurrir al cálculo diferencial.

Con estas observaciones y recogiendo las experiencias de formar regiones poligonales de perímetro mínimo con 5, 6, 9, 10 fichas, tenemos suficientes elementos para examinar el problema con n cuadrados unitarios. Ciertamente, hay que considerar varios casos:

a) Si n es un número cuadrado perfecto; es decir, si $n = k^2$, siendo k un entero positivo.

Se forma un cuadrado de k unidades por lado y su perímetro es 4k

Así, $P(n) = 4k$ y en consecuencia $P(n) = 4\sqrt{n}$

b) Si $n = k^2 + v$, con k^2 el cuadrado perfecto más próximo a n, y v un entero tal que $0 < v \leq k$.

- Con los k^2 cuadrados unitarios se forma un cuadrado de *k* filas y *k* columnas y se van añadiendo los *v* cuadrados unitarios, armando una fila o columna adicional al cuadrado.
- Cuando v = 1; o sea cuando se añade sólo 1 cuadrado unitario, el perímetro se incrementa en 2 unidades (4, menos los 2 lados que "se pierden" al pegarlos). Así, el perímetro de la nueva figura es 4k +2
- Cuando se añade el siguiente cuadrado unitario, el perímetro se mantiene en 4k + 2, pues al formar la nueva fila o columna adicional al cuadrado, la ficha tiene dos lados de contacto con la figura anterior. Lo mismo ocurre para v = 2, 3, … ,k.
- Cuando $v = k$ ya se tiene $n = k^2 + k = k(k+1)$, que corresponde a un rectángulo de k filas (o columnas) y (k + 1) columnas (o filas) de cuadrados

unitarios, cuyo perímetro es 2k + 2(k + 1) = 4k +2, lo cual corrobora lo dicho anteriormente.

- En conclusión, para este caso el perímetro mínimo es P(n) = 4k + 2, que escrito en términos de n es

$$P(n) = 4\sqrt{n - v} + 2$$

c) Si n = k^2 + k + w, con k^2 el cuadrado perfecto más próximo a n, y w un entero tal que 0 < w ≤ k + 1.

- Análogamente al caso anterior, con los k2 + k cuadrados unitarios se forma un rectángulo de k por (k +1) – digamos de k filas por k + 1 columnas – y se van añadiendo los w cuadrados unitarios formando una fila más (la fila se completará sólo si w = k + 1). El perímetro del rectángulo es 4k + 2 y al ir añadiendo fichas según lo indicado, el perímetro sólo se va incrementando en dos unidades; es decir

$$P(n) = 4k + 2 + 2 = 4(k+1)$$

- Cuando w = k + 1 ya tenemos la fila completa y un cuadrado de k +1 filas y k+1 columnas, cuyo perímetro es P(n) = 4(k + 1), lo cual es coherente con n = (k^2 + k) + k + 1 = k^2 + 2k + 1= $(k + 1)^2$, que ya nos ubica en el caso (a), pues n es entonces un cuadrado perfecto.
- En términos de n, la expresión para el perímetro mínimo es

$$P(n) = 2(1 + \sqrt{4n - 4w + 1})$$

- No es necesario continuar con el análisis, pues se repetiría lo ya hecho.

Resumiendo:

$$P(n) = \begin{cases} 4\sqrt{n} & \text{si } n = k^2,\ k \in Z^+ \\ 4\sqrt{n - \nu} + 2 & \text{si } n = k^2 + \nu,\ \nu \in Z,\ 0 < \nu \leq k, \\ & k^2 \text{ el entero más próximo a } n \\ 2(1 + \sqrt{4n - 4w + 1}) & \text{si } n = k^2 + k + w,\ w \in Z,\ 0 < w \leq k + 1, \\ & k^2 \text{ el entero más próximo a } n \end{cases}$$

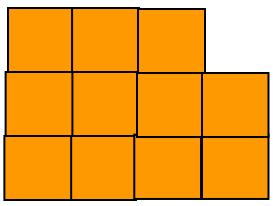
Revisando lo examinado, encontramos que el problema también nos ofrece una brillante oportunidad para emplear la función mayor entero, pues, en la formalización anterior, en verdad $\mathbf{k} = \left[\sqrt{\mathbf{n}}\right]$ (el mayor entero menor o igual que la raíz cuadrada de n) y entonces el resumen anterior lo podemos escribir como

$$\mathbf{P(n)} = \begin{cases} \mathbf{4\sqrt{n}} & \mathbf{si} \quad \mathbf{n = [\sqrt{n}]^2} \\ \mathbf{4[\sqrt{n}] + 2} & \mathbf{si} \quad \mathbf{n = [\sqrt{n}]^2 + \nu,\ \nu \in Z,\ \ 0 < \nu \leq [\sqrt{n}]} \\ \mathbf{4[\sqrt{n}] + 4} & \mathbf{si} \quad \mathbf{n = [\sqrt{n}]^2 + [\sqrt{n}] + w,\ \ w \in Z,\ 0 < w \leq [\sqrt{n}] + 1} \end{cases}$$

Volvamos a las actividades inicialmente planteadas

Si bien es posible obtener la solución de la segunda actividad individual experimentalmente - y la idea de proponerla es precisamente dar inicio a la actividad concreta para desarrollar la capacidad de observación y la intuición – ahora podemos aplicar el resultado obtenido y verificar que todo es coherente:

Experimentalmente se encuentra que P(11) = 14, pues la región poligonal es



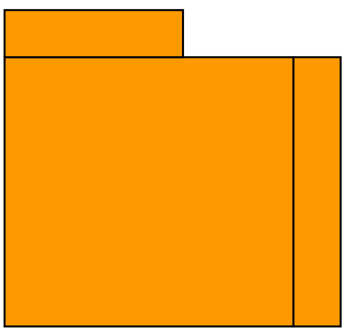
Por otra parte, aplicando la fórmula obtenida, tenemos que $\left[\sqrt{11}\right] = 3$ y escribimos 11 = 3^2 + 2. Identificamos entonces el caso (b) y en consecuencia

P(11) = 4x3 + 2 = 14

Cuando n = 476:

21^2 = 441 y 22^2 = 484 En consecuencia $\left[\sqrt{476}\right] = 21$

y escribimos 476 = 21^2 + 21 + 14, con lo cual nos ubicamos en el caso (c) y tenemos un rectángulo de 21 filas y 22 columnas de cuadraditos, al que se le ha añadido una fila con los 14 cuadraditos restantes.



Vemos que el perímetro de este polígono es

P(476) = 88.

Y aplicando la fórmula tenemos

P(476) = 4x21 + 4 = 88.

UNIÓN
REVISTA IBEROAMERICANA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Libros

Junio de 2006, Número 6, páginas 79-80
ISSN: 1815-0640

Enséñame a contar

Autor: José Antonio Fernández Bravo

Editorial: Grupomayeutica-Educación

64 Páginas

Como profesor, he tenido la oportunidad de hojear y leer muchos libros de matemáticas en los más de 20 años que llevo en la docencia. Los he encontrado de muy diversos tipos y condición, con diferentes niveles de dificultad según la etapa a la que van dirigidos, con mayor o menor acierto, pero, de casi todos he aprendido algo.

El último que ha llegó a mis manos fue “Enséñame a Contar”, de José Antonio Fernández Bravo. Con la misma ilusión de siempre comencé su lectura, fácil y atractiva, que me descubrió una faceta un poco olvidada de la matemática: el comienzo.

José Antonio Fernández Bravo

Quizás lo primero que hacemos los adultos, antes incluso de la escolarización en infantil, es enseñar la serie numérica a los niños que tenemos alrededor. Mediante juegos o retahílas (“A la de una, a la de dos, a la de tres”…) introducimos los números naturales con la esperanza de que nos devuelvan, como un eco, la tan famosa y repetida secuencia.

Pero, ¿Cómo interpreta el niño de tan temprana edad esta sucesión de palabras? ¿Qué sentido tiene cada una? ¿Cuáles son los procesos y de qué manera podemos ayudar a que se produzcan de la forma más adecuada?

El autor nos explica con su experiencia cómo solucionar los problemas con los que se encuentra el alumno al contar. Nos aclara el orden, el tipo de actividades y los materiales que podemos utilizar en el aula para facilitar el aprendizaje de contar.

Ordenar números, componer y descomponer, añadir y quitar, puede ser muy sencillo de aprender si se siguen una serie de pasos basados en la forma de aprender del alumno y no en nuestra apreciación de adultos de lo que es la numeración.

José Antonio Fernández Bravo finaliza con una serie de pautas para que organicemos correctamente las actividades que damos en el aula para la enseñanza de la numeración, la adición y la sustracción.

Un libro muy recomendable que hará reflexionar no solo a quienes imparten docencia en educación infantil, sino a todos los que siguen mostrando interés por aprender cómo se enseñan las matemáticas.

Reseña: Francisco Morales Villegas

Tenerife, España

UNIÓN
REVISTA IBEROAMERICANA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Junio de 2006, Número 6, páginas 81-94
ISSN: 1815-0640

Coordinado por
Agustín Carrillo de Albornoz

WebQuest, Matemáticas y Educación de Género

José Manuel Huertas Fernández y Ángel F. Tenorio Villalón

Resumen

Entre las capacidades que nuestros alumnos deben desarrollar, se encuentran la búsqueda y uso de la información. Para este propósito, podemos emplear las TIC y, en particular, Internet. Vamos a presentar una actividad muy útil en el Aula de Matemáticas dedicada a la investigación: *las WebQuest*. Expondremos su estructura, indicando algunas herramientas para su construcción. Para finalizar mostraremos un ejemplo de WebQuest sobre la Historia de las Matemáticas. En ella se tratará el tema transversal de la Educación de Género.

Abstract

Some competencies and skills which must be developed by our students are the information search and its later application. To get this purpose, we can use communication and information technologies and, particularly, Internet. In this paper we show a very useful educational activity for the research in Mathematics classes: WebQuest. Their structure is explained here and some tools to make them are indicated. Finally, a WebQuest sample is given in this paper, dealinng with both History of Mathematics and Coeducation.

1. Justificación del uso de las TIC

A nivel de la Comunidad Autónoma de Andalucía, según el Decreto 148/2002, uno de los objetivos de etapa de la Educación Secundaria Obligatoria (E.S.O.)[1] es *conocer y valorar el desarrollo científico y tecnológico, sus aplicaciones e incidencia en el medio físico, natural y social, y utilizar las tecnologías de la información y la comunicación en los procesos de enseñanza-aprendizaje.* Además, se establece que las TIC estarán presentes en las diferentes áreas del currículo durante toda la etapa. En el Decreto 208/2002 se establecen análogas directrices para Bachillerato.

La inclusión de las TIC en el Sistema Educativo se debe a su importancia en nuestra vida diaria, tanto profesional como social. Son pocas las profesiones que no las usan hoy en día. Por ello, nuestros alumnos deben conocer el manejo de los ordenadores y de otros recursos informáticos básicos, como Internet.

---

[1] En el Sistema Educativo Español, la Educación Primaria va dirigida a los alumnos de entre los 6 y los 12 años. La siguiente etapa es la de Educación Secundaria Obligatoria, que llega hasta los 16 años. Por último, está la de Bachillerato, que concluye a los 18 años.

Ante este panorama social, la Junta de Andalucía ha decidido incorporar en todos sus niveles el uso del software libre para afrontar este futuro tecnológico, adquiriendo un sistema operativo para el ámbito educativo: Guadalinex-edu. Además, la docencia empieza a basarse en el uso de las TIC, por lo que se está dotando a los centros de los medios informáticos necesarios. Así, han aparecido dos nuevos tipos de centros: los centros TIC (modalidad didáctica) y los centros DIG (modalidad administrativa).

Entre centros de Educación Primaria y de Educación Secundaria, había 47.527 ordenadores instalados con conexión de banda ancha a Internet a comienzo del curso 2004/2005. Además, había en funcionamiento 150 centros TIC y 211 DIG. Para el curso 2005/2006, solo habrá centros TIC, siendo 280 los nuevos centros TIC (132 de Secundaria y 148 de Primaria), un total de 641 centros digitalizados. [2]

Entre las habilidades y competencias que se pueden desarrollar con las TIC se encuentran: la búsqueda y la selección de información, el análisis crítico y la resolución de problemas, el trabajo en equipo, los idiomas, la capacidad de autoaprendizaje y de adaptación al cambio o la iniciativa y la perseverancia.

Las TIC son una herramienta de gran utilidad en la labor docente. En particular, Internet es una fuente inagotable de información y datos de primera mano casi instantánea y, como red originariamente científica, permite obtener gran cantidad de material de calidad para elaborar las Unidades Didácticas (de Matemáticas en nuestro caso) y para preparar nuestras sesiones en el aula, sobre todo en los Centros TIC.

Sin duda es el contenido de las actividades que se realizan en Internet lo que va a motivar que nuestros alumnos lo utilicen dentro y fuera de los Centros educativos. Por ello, el hecho de utilizar Internet en nuestras Unidades Didácticas ha de ir unido a tener un plan meticulosamente programado y estudiado. Nosotros proponemos el uso de Internet en el aula por medio de las WebQuest.

2. Las WEBQUEST: un recurso novedoso en el aula

Por WebQuest se entiende cualquier actividad de investigación en la que se usa la información disponible en Internet y que está estructurada y guiada para evitar los obstáculos que conlleva toda búsqueda en la red de información contrastada, de tal modo que se les proporciona a los alumnos una tarea bien definida, así como los recursos y las consignas que les permitan realizarlas.

[2] Véase el documento elaborado en 2005 por la Consejería de Educación de la Junta de Andalucía.

Las WebQuest representan una estrategia didáctica en la que los alumnos construyen su propio conocimiento. Por ello, estas actividades no deben limitarse a cortar y pegar párrafos de diversos sitios web, sino que ha de favorecer y estimular la búsqueda, procesamiento y comunicación de información. Para ello, puede usarse un escenario de juego grupal asignando roles a cada miembro del grupo. El modelo WebQuest permite planificar y estructurar creativamente la enseñanza dejando muy claras las tareas de cada uno.

La búsqueda de información estará asistida o dirigida por el docente, para lo cual debiera indicar algunos sitios web en los que realizar, o comenzar, dicha búsqueda. La actividad puede terminar con un trabajo, exposición o cualquier otro formato (por ejemplo, un debate con posiciones enfrentadas). Investigar en la Red permite que los alumnos realicen tareas efectivas, además de estimular la colaboración y discusión. Además, fomenta el aprendizaje cooperativo, ya que el trabajo de cada alumno influye en el resultado final del grupo.

El concepto de WebQuest y toda su filosofía se remonta a 1995, cuando Bernie Dodge y Tom March, profesores de la Universidad Estatal de San Diego, decidieron implantar Internet en el aula como una herramienta de trabajo más con los alumnos. Querían que los alumnos realizasen tareas de investigación sacando la información de Internet principalmente. De este modo, los estudiantes centrarían su tiempo de trabajo en el manejo y transformación de la información, desarrollando aquellos procesos intelectuales que se sustentan en el análisis, síntesis y evaluación.

En general, cualquier WebQuest está estructurada en las siguientes seis etapas:

1. **Introducción:** información básica sobre la actividad que oriente y motive al alumno.
2. **Tarea:** descripción formal de la actividad a realizar, indicando cuál será el resultado a entregar cuando finalice la actividad. Es la parte más importante.
3. **Proceso:** pasos (breves y claros) que convienen seguir para realizar la tarea.
4. **Recursos:** listado de páginas web para buscar la información y completar la tarea.
5. **Evaluación:** criterios para evaluar la tarea. Serán claros, justos y consistentes. Suele ser muy cómodo preparar una plantilla de evaluación.
6. **Conclusión:** resumen de la actividad para reflexionar sobre el proceso de elaboración de conocimiento. Puede incluir un *feedback* con los alumnos para mejorar la actividad.

Según su temporalización, una WebQuest se denomina a corto plazo o a largo plazo. Las primeras se temporalizan de una a tres sesiones; mientras que las segundas, de una semana a un mes.[3] Estas últimas tienen tareas más profundas y en mayor cantidad y suelen concluir con una presentación por parte de los alumnos. Actualmente, ha aparecido una versión simplificada, las MiniQuest, con solo tres pasos (Escenario, Tarea y Producto) que pueden completarse en una sesión de 50 minutos.

Toda buena WebQuest debe satisfacer cinco reglas básicas para considerar que está bien diseñada. Estas reglas son las que se indican a continuación:

1. **Buscar buenos sitios web:** el docente debe restringir la búsqueda que puedan hacer los alumnos con un motor de búsqueda, ya que pueden salir miles de páginas sin relevancia o de escaso rigor. Por tanto, el docente ha de proveer de suficientes páginas web de calidad para que los alumnos realicen su tarea.
2. **Organizar los estudiantes y los cursos:** cada ordenador debe estar siendo usado correctamente en cada instante y todos los alumnos han de estar realizando una actividad significativa en relación con la tarea de la WebQuest. Por tanto, la realización de la actividad debe estructurarse en función de estos objetivos.
3. **Retar a tus alumnos a pensar:** Internet no debe verse como una gigantesca base de datos de tal modo que toda la tarea del alumno se limite a realizar resúmenes de textos existentes en la red. Se debe perseguir que los alumnos desarrollen las habilidades de resolución de problemas, razonamiento y comunicación. La actividad debe conllevar una asimilación de la información encontrada, con su posterior procesamiento y la comunicación de dicha información a terceros y de modo que se adecue a lo que se pregunta.
4. **Usar los medios:** la tarea a realizar con una WebQuest debe hacer uso de los medios de que disponen los alumnos en el centro, como pueden ser los diversos paquetes de software informático.
5. **Refuerzo para el éxito:** las tareas encomendadas en una WebQuest suelen salirse de lo que los alumnos pueden esperarse, por lo que debe incidirse en determinados aspectos claves que les permitan trabajar autónomamente. Debe preparárseles para recibir, procesar y comunicar la información que se encuentra en la red, adecuándola a la tarea que se les ha asignado. Estas son habilidades que los alumnos reforzarán al realizar la tarea encomendada en la WebQuest.

Para profundizar en la filosofía y la estructura de las WebQuest pueden consultarse los sitios webs de Bernie Dodge, Isabel Pérez o el Centro de Profesorado "Luisa Revuelta" de Córdoba (España).

---

[3] En el Sistema Educativo Español, cada sesión consta de 50 minutos, siendo cuatro las sesiones de Matemáticas en una semana tanto en el nivel de E.S.O. como en el de Bachillerato.

3. Generadores de WEBQUEST

Fabricar una WebQuest propia no es muy difícil. De hecho, en tu propio ordenador personal dispones del software necesario para diseñarla y elaborarla, una vez que hayas decidido todas las partes de que se compone tu WebQuest. Indicaremos diversos programas que te permitirán crearla, empezando con los que más fácilmente puedes tener en tu PC.

1. Un editor de páginas web: aunque el más conocido es Dreamweaver©, puede utilizarse también Netscape Composer©, Mozilla Composer©, Microsoft FrontPage©, Microsoft Publisher©, Microsoft Word© o OpenOffice Writer©.
2. Modelos o pantillas de WebQuest: en caso de no querer diseñar tu propia WebQuest, sino solo darle contenido, puede usarse alguna de las múltiples plantillas existentes tanto en la página de B. Dodge como en la de I. Pérez.
3. Generador de Aula XXI: F. Muñoz presenta en su página web Aula Tecnológica Siglo XXI un recurso de distribución gratuita que permite crear muy fácilmente tu propia WebQuest, siguiendo una serie de instrucciones paso a paso.
4. PHP WebQuest: este programa educativo permite crear WebQuest en poco tiempo y evitando editar la página web, consistente en un generador que crea todos los documentos necesarios y los coloca en el servidor. La dirección de esta herramienta es http://www.phpwebquest.org/. Esta herramienta está siendo muy utilizada en la actualidad para construir WebQuest.

4. Un ejemplo de WEBQUEST

El ejemplo de WebQuest que presentamos en esta sección sigue la estructura clásica en seis etapas comentada en la Sección 2. Está dirigida a alumnos de 4º de Enseñanza Secundaria Obligatoria de la opción B[4]. Seguidamente, resumimos cada una de las etapas en la propuesta de WebQuest que presentamos.

Introducción

Para introducir nuestra WebQuest, proponemos diversas preguntas sobre las Matemáticas que no se limitan a los contenidos asépticos y cerrados que habitualmente se asocian con las Matemáticas en Educación Secundaria. Así, por ejemplo, se pregunta por la evolución de las Matemáticas a lo largo de los siglos o la

[4] La opción B en el curso 4º de E.S.O. corresponde a alumnos del último curso de E.S.O. que piensan continuar su formación posterior en Bachillerato.

contribución de las mujeres a dicha evolución o si estas mujeres encontraron alguna dificultad al intervenir en el devenir de las Matemáticas.

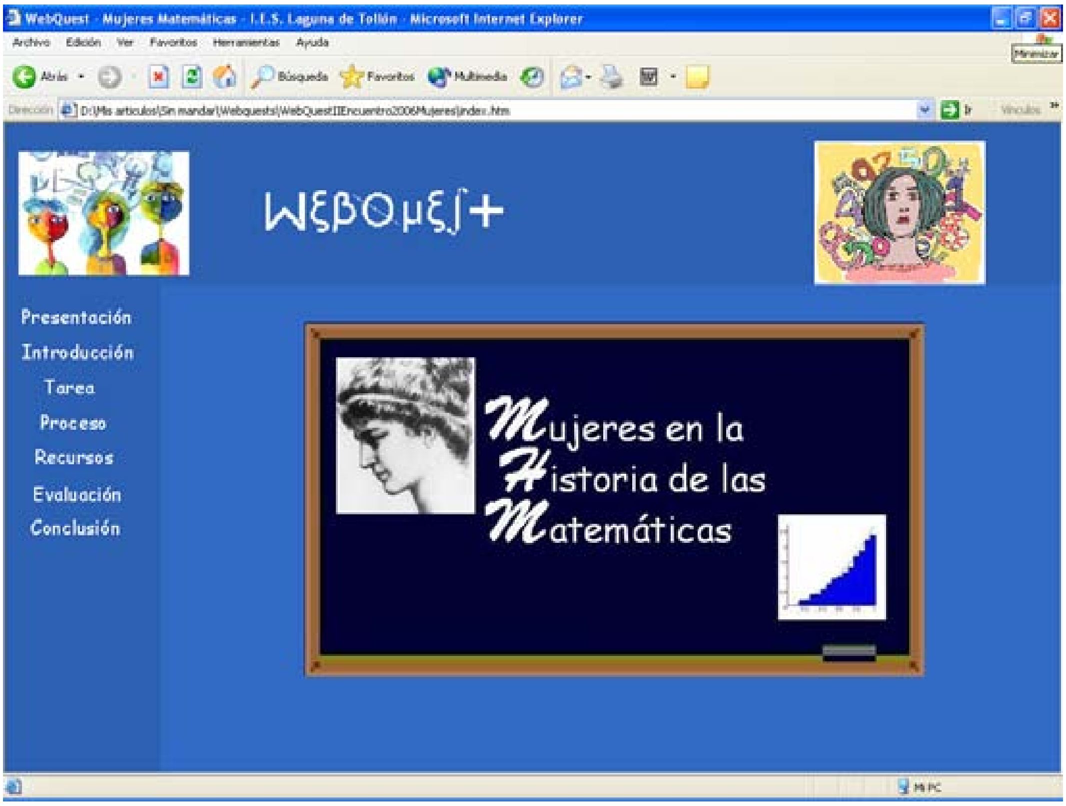


Figura 1. Página de presentación de la WebQuest.

Estas preguntas y otras muchas de esta índole no pueden contestarse si nos atenemos al tratamiento tradicional que se hace de los contenidos matemáticos del currículum de Educación Secundaria en los libros de textos. Las Matemáticas que allí se presentan son unos conocimientos y resultados cerrados y conclusos, pero sin mostrar las dificultades conceptuales o procedimentales que han llevado a su consecución. Por ello, en la introducción de nuestra WebQuest se incide en las dificultades que se encuentran los matemáticos hasta que un concepto se puede dar por concluso y cerrado tal y como lo explicamos en clase. De este modo, se defiende una filosofía de trabajo en esta actividad que consiste en indagar e investigar. Todo ello, se hace desde una reflexión sobre el desconocimiento de la influencia de las mujeres en la evolución de las Matemáticas.

Para introducir a nuestro alumno en una dinámica lúdica, este debe adoptar el rol de un investigador al que se le asigna la recopilación de información de la actividad de mujeres en las Matemáticas a lo largo de la Historia.

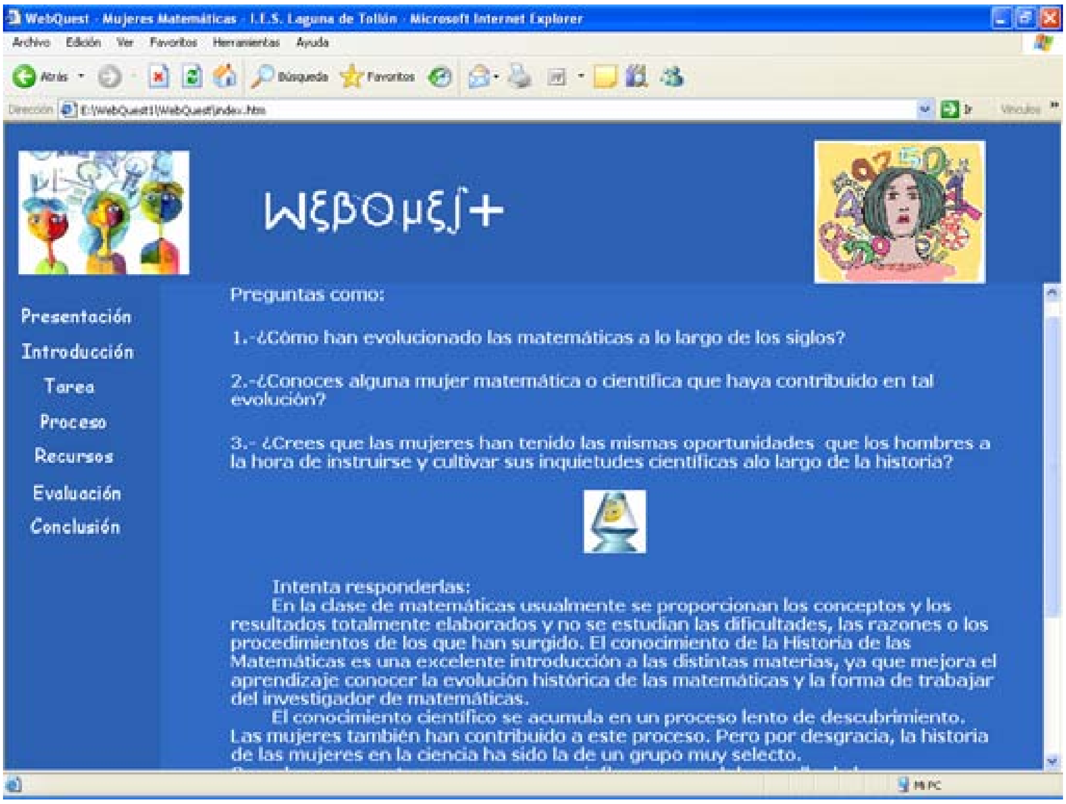


Figura 2. Página de introducción de la WebQuest.

Tarea

A los alumnos se les asigna la tarea de recopilar información en Internet, organizándola y exponiéndola, empleando las TIC existentes en el centro. Para ello, preparará una unidad didáctica en la que se incluirán los siguientes apartados:

1. Título. Para cada mujer matemática.
2. Introducción. De quién se va a hablar. Localización temporal y espacial. Mención del contexto histórico.
3. Narración de su vida y obra.
4. Algunas de sus aportaciones científicas. Si puedes, incluye alguna demostración sencilla.
5. Referencias bibliográficas y recursos web que hayas utilizado.

El trabajo escrito se realizará con algún editor de texto e irá acompañado por una presentación de 15 minutos con Microsoft PowerPoint© o con OpenOffice Impress©.

Figura 3. Página de tareas de la WebQuest.

Proceso

La actividad está planteada para dividir la clase en grupos de tres alumnos cada uno, de modo que investiguen sobre la vida y obra de una mujer matemática que cada grupo elegirá de entre las propuestas por el profesor de Matemáticas.

Cada grupo realizará un resumen sobre la mujer que hayan elegido, a entregar el día en que realice su exposición, haciendo uso tanto de ordenador como de cañón proyector para la misma.

Al finalizar las exposiciones, se planteará una prueba escrita con cuestiones de tipo test acerca de la información expuesta en todos los trabajos. Es por ello que se propone una serie de actividades relacionadas con las mujeres matemáticas sobre las que tratarán las exposiciones. Cada grupo deberá resolver en su trabajo la cuestión que le corresponda, la cual deberán detectar ellos mismos.

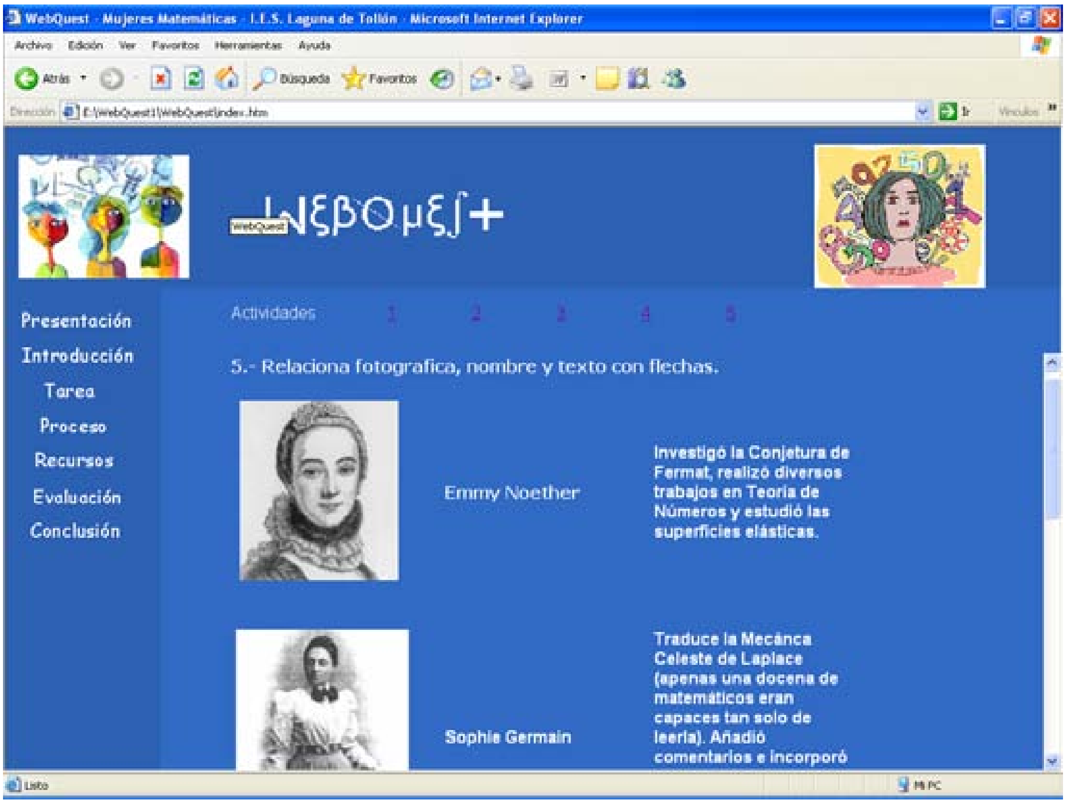


Figura 4. Página con una de las actividades de la WebQuest.

Recursos

Para que puedan realizar la tarea se incluye un apartado de recursos que comprende diversas páginas web, las cuales pueden serles de utilidad para concluir su labor. Estas han sido seleccionadas previamente para que el estudiante pueda enfocar su atención en el tema en lugar de navegar a la deriva. Aunque la mayoría de los recursos suelen ser páginas web, pueden incluirse otros tipos de referencias como son libros, artículos o revistas. De hecho, para este ejemplo, se consideraron los siguientes recursos:

http://www.rsme.es/comis/mujmat/publicaciones.htm

http://campusvirtual.uma.es/estalge/view_php.htm

http://personal.redestb.es/javfuetub/biografias/mujmat.htm

http://centros5.pntic.mec.es/ies.ortega.y.rubio/Mathis/Mujeres/mujer.htm

http://www.rsme.es/comis/mujmat/documentos/Gaceta/pilar-bayer.pdf http://redescolar.ilce.edu.mx/redescolar/act_permanentes/mate/mate5b.htm

http://centros5.pntic.mec.es/ies.ortega.y.rubio/Mathis/

http://www.mat.ucm.es/deptos/am/guzman/pagjor/index.htm

http://almez.pntic.mec.es/~agos0000/

http://roble.pntic.mec.es/~jarran2/index.htm

http://100cia.com/recursos/enlaces/World/Español/Ciencia_y_tecnología/Historia_de_la_ciencia/

Evaluación

La evaluación de la tarea realizada por los alumnos comprenderá no solo la extensión del trabajo y los recursos utilizados, sino que también la calidad de la investigación y de la exposición. Por último, se añadirá la valoración del examen tipo test. Todos estos factores tendrán el mismo peso en la evaluación de la actividad realizada por el alumno.

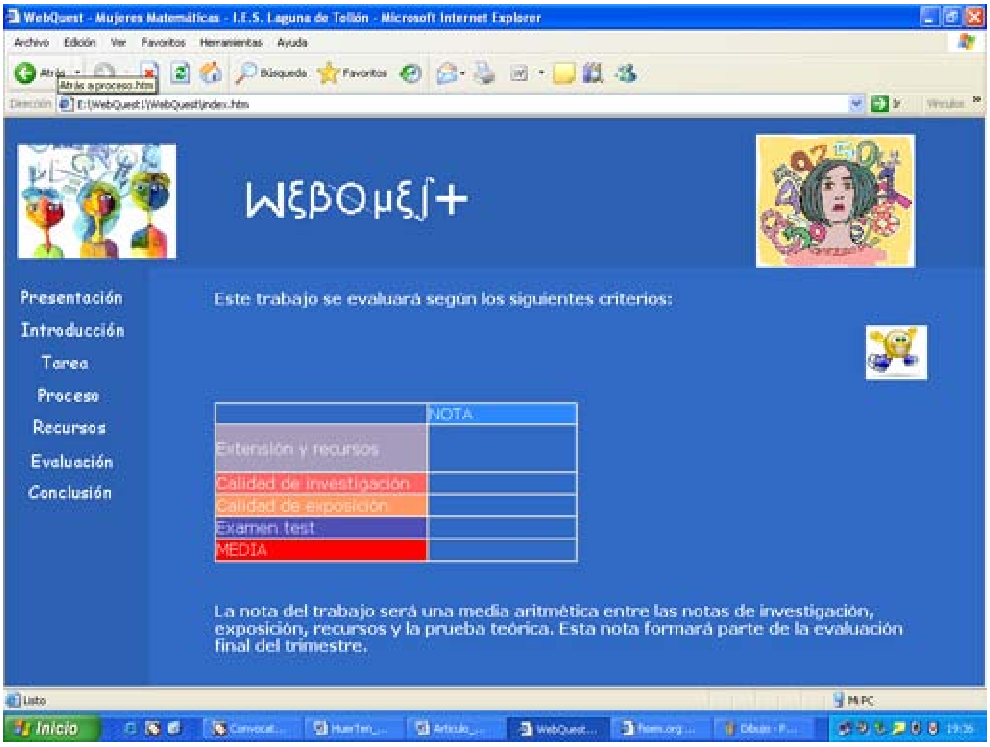


Figura 5. Página de evaluación de la WebQuest.

Conclusión

En el ejemplo de WebQuest que estamos trabajando en esta comunicación, se obtiene como conclusión un acercamiento por parte del alumno al mundo de las Matemáticas desde un punto de vista distinto al habitual, permitiéndoles una percepción más completa y más humana de la misma. De este modo, se les ha mostrado la labor y la importancia de una serie de mujeres en el desarrollo de las Matemáticas, dejándose constancia del trato inapropiado y de las privaciones que padecieron estas mentes privilegiadas por parte de sus contemporáneos por el simple hecho de nacer con sexo femenino. En consecuencia, además de los contenidos matemáticos, se trabaja la Educación de Género, propugnando la igualdad de derechos para todos, independientemente del sexo que se posea.

5. Algunas WEBQUEST disponibles en Internet

En Internet existen bastantes WebQuest de Matemáticas (de calidad variable) que pueden ser un recurso más para el aula. Estas páginas pueden servir de ejemplo para elaborar una WebQuest propia o para completar el material ya elaborado. A continuación, indicamos una recopilación bastante completa de las múltiples WebQuest que continúan operativas en Internet, clasificándolas por su nivel educativo:

Educación Infantil (E.I.) y Educación Primaria (E.P.)

1) http://www.edutic.ua.es/visualiza_wq/descripcion.asp?opt=introduccion&id=1514: noción de número en E.I.
2) http://www.uco.es/~ma1marea/alumnos/primaria/indice.htm: bloques de Medida, Geometría, Probabilidad y Aritmética en E.P.
3) http://www.educa.aragob.es/cpmauteb/cnice/fracciones/menu.html: fracciones en E.P.
4) http://www.educa.aragob.es/cpmauteb/cnice/porcentajes/menu.html: noción de porcentaje en E.P.
5) http://www.educa.aragob.es/cpmauteb/cnice/decimales/menu.html: noción de número decimal en E.P.
6) http://www.educa.aragob.es/cpmauteb/cnice/longitud/menu.html: noción de longitud en E.P.
7) http://www.educa.aragob.es/cpmauteb/cnice/superficie/menu.html: noción de superficie en E.P.
8) http://www.educa.aragob.es/cpmauteb/cnice/volumen/menu.html: nociones de volumen y capacidad en E.P.
9) http://www.educa.aragob.es/cpmauteb/cnice/pesomasa/menu.html: nociones de peso y de masa en E.P.

10) http://www.edutic.ua.es/visualiza_wq/descripcion.asp?id=378: nociones de volumen y capacidad en E.P.
11) http://www.educa.aragob.es/cprcalat/wq/credito/html/main.html: trabaja Educación para el Consumidor usando los números de cinco cifras y los decimales (4º E.P.).
12) http://www.educa.aragob.es/cprcalat/wq/gasolina/html/main.html: operaciones con números decimales y algoritmos de multiplicación y división, además del manejo del euro (4º y 5º de E.P.).

Nivel educativo de Educación Secundaria Obligatoria (E.S.O.)

1) http://www.phpwebquest.org/wq/matematicas_recreativas/index.htm: Matemáticas desde el entretenimiento y la agilidad e ingenio mental.
2) http://www.webquestcat.org/~webquest/TRADUCIR%20MATES/: aproximación a las Matemáticas para 1º E.S.O.
3) http://www.aula21.net/tercera/cursos/antonio/index.html: rectas y puntos notables de un triángulo (1º E.S.O.).
4) http://www.cfiesoria.org/webquest/mate/: vida de Thales y teorema que lleva su nombre (3º E.S.O.).
5) http://www.phpwebquest.org/wq2/webquest/soporte_tabbed_w.php?id_actividad=518&id_pagina=1&PHPSESSID=8fde46f94a0cca41d1bbdaa00ee011b1: números racionales, como fracciones y como aproximaciones de números reales (3º E.S.O.).
6) http://www.phpwebquest.org/wq2/webquest/soporte_tabbed_w.php?id_actividad=519&id_pagina=1&PHPSESSID=8fde46f94a0cca41d1bbdaa00ee011b1: funciones lineales y afines junto a sus representaciones gráficas (3º E.S.O.).
7) http://www.webquestcat.org/~webquest/casino/plantilla-webquest.htm: Teoría de Probabilidades (4º E.S.O.) usando juegos de azar.
8) http://es.geocities.com/dferiagomez/webquest_3.htm: funciones lineales (4º E.S.O.).
9) http://es.geocities.com/dferiagomez/webquest_2.htm: trigonometría aplicada a la tecnología (4º E.S.O.).
10) http://www.aula21.net/tercera/cursos/trigonometria/index.html: resolución de triángulos rectángulos y razones trigonométricas (4º E.S.O.).
11) http://www.phpwebquest.org/wq/binomio_newton/index.htm: binomio de Newton y triángulo de Tartaglia (4º E.S.O.).
12) http://nogal.mentor.mec.es/~lbag0000/html/triangulos_rectangulos.htm: noción de triángulo rectángulo y sus propiedades esenciales (4º E.S.O.).
13) http://cfievalladolid2.net/pub/bscw.cgi/d125940-4/*/*/*/*/Ostale_S.htm: manejo de triángulos rectángulos y sus teoremas básicos (2º Ciclo E.S.O.).
14) http://cfievalladolid2.net/pub/bscw.cgi/d125618-4/*/*/*/*/Blasco_G.htm: mosaicos y frisos en el plano, introduciendo los movimientos planos (2º Ciclo de E.S.O.).

15) http://nogal.mentor.mec.es/~lbag0000/html/cuerpos_geometricos.htm: clasificación y características fundamentales de los cuerpos geométricos elementales (2º Ciclo E.S.O.).

Nivel educativo de Bachillerato

1) http://platea.pntic.mec.es/~jferna5/recursos/4sesion/grupo1Pilar/WebQuest%20Oscar.htm: concepto de derivada en funciones elementales y regla de la cadena (1º de Bachillerato).
2) http://www.educa.aragob.es/ryc/wq/lalgebraico/: interrelaciona Matemáticas con Lengua Castellana mediante la traducción de enunciados escrito al lenguaje algebraico (1º de Bachillerato).
3) http://www.phpwebquest.org/wq2/webquest/soporte_tablon_w.php?id_actividad=520&id_pagina=1&PHPSESSID=8fde46f94a0cca41d1bbdaa00ee011b1: construir un tema sobre los números complejos (1º de Bachillerato).
4) http://es.geocities.com/dferiagomez/webquest_1.htm: estudio de las funciones trigonométricas (1º de Bachillerato).
5) http://usuarios.lycos.es/campion/cap/: adquisición de destrezas en el cálculo de derivadas (1º de Bachillerato).
6) http://www.phpwebquest.org/wq2/webquest/soporte_tablon_w.php?id_actividad=467&id_pagina=1&PHPSESSID=8fde46f94a0cca41d1bbdaa00ee011b1: orígenes y aplicaciones del Cálculo (2º de Bachillerato).
7) http://www.phpwebquest.org/wq/integrales/index.htm: calcular integrales y conocer la existencia de recursos informáticos para su cálculo (2º de Bachillerato).
8) http://www.phpwebquest.org/wq2/webquest/soporte_izquierda_w.php?id_actividad=359&id_pagina=1&PHPSESSID=8fde46f94a0cca41d1bbdaa00ee011b1: construir una encuesta y analizarla, obteniendo conclusiones de ella (2º de Bachillerato).

Bibliografía

- Centro de Profesorado Luisa Revuelta. “Introducción al Manejo de GuadaLinex-edu: las webquests”. En http://www.cepcordoba.org/curso_guadalinex/ .
- Consejería de Educación de la Junta de Andalucía (2005). “La Educación en Andalucía”. En http://www.canalsur.es/Informativos/-ArchivoNoticias/2005/09.Septiembre/13/curso2005_2006.pdf.
- Decreto 148/2002, de 14 de mayo, por el que se modifica el Decreto 106/1992, de 9 de junio, por el que se establecen las enseñanzas correspondientes a la Educación Secundaria Obligatoria en Andalucía. Boletín Oficial de la Junta de Andalucía nº 75, de 27 de junio de 2002.
- Decreto 208/2002, de 23 de julio, por el que se modifica el Decreto 126/1994, de 7 de junio, por el que se establecen las enseñanzas correspondientes al

Bachillerato en Andalucía. Boletín Oficial de la Junta de Andalucía nº 97, de 20 de agosto de 2002.
- B. Dodge. "The WebQuest Page". En http://webquest.sdsu.edu/.
- F. Muñoz. "1, 2, 3 Tu WebQuest". En http://www.aula21.net/Wqfacil/index.htm.
- I. Pérez. "Qué son WebQuests". En http://www.isabelperez.com/webquest/.

José Manuel Huertas Fernández, nacido el 18 de septiembre de 1975 en Sevilla. Licenciado en Ciencias Matemáticas por la Universidad de Sevilla en 1999. Actualmente es profesor de Enseñanza Secundaria en el I.E.S. Lagunas de Tollón (El Cuervo, Sevilla) y Profesor Asociado en la Universidad Pablo de Olavide (Sevilla). Sus publicaciones abordan dos temáticas fundamentalmente: Análisis Funcional y Didáctica de las Matemáticas.
I.E.S. Lagunas de Tollón, El Cuervo, Sevilla (ESPAÑA).

Ángel F. Tenorio Villalón, nacido el 7 de julio de 1977 en Sevilla. Licenciado en Ciencias Matemáticas por la Universidad de Sevilla (julio de 2000) y Doctor por esa misma universidad (diciembre de 2003). Actualmente es Profesor Ayudante en la Universidad Pablo de Olavide y Delegado Provincial de la S.A.E.M. THALES en Sevilla. Sus publicaciones, tanto en revistas como en congresos, son referentes a la Teoría de Lie y la Historia de las Matemáticas, indicando en diversos casos aplicaciones de esta última a la actividad docente en la asignatura de Matemáticas.
Dpto. Economía, Métodos Cuantitativos e Hª Económica.
Universidad Pablo de Olavide, Sevilla (ESPAÑA).

Junio de 2006, Número 6, páginas 95 - 98
ISSN: 1815-0640

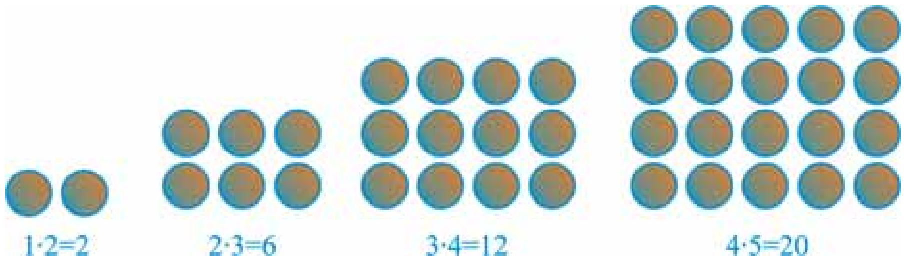
Por Santiago López Arca y Gonzalo Temperán Becerra

Números figurados (I)

Si alguien nos pide que realicemos un comentario sobre la sucesión de números 1, 2, 3, 4, 5… quizás la mayoría de nosotros diríamos que son ***números naturales***, los primeros con los que nos encontramos en nuestra vida, los que sirven para contar… Si se nos pidiese una opinión sobre la sucesión 1, 3, 6, 10, 15… seguramente que la cuestión nos resultaría más difícil.

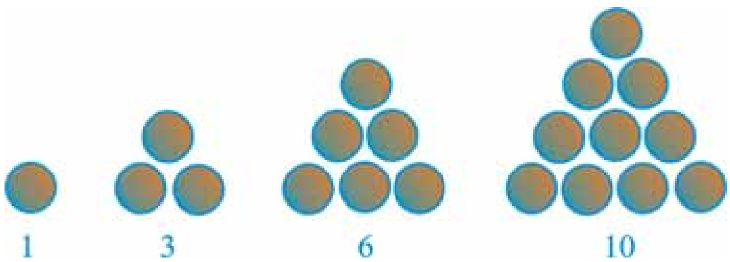
Los ***pitagóricos***, concebían los números como símbolo de las ideas; los consideraban principio y explicación de todas las cosas. Cada concepto y cada ente del universo tenía asignado su número; así: El ***1*** es el generador de todos los números, es también el número de la ***razón***. El ***2*** es el número de la ***opinión***; representa la diversidad, es el primer número ***hembra***. El ***3*** es el primer número ***macho***, representa la ***armonía*** (razón más *opinión*). El ***4*** es el número de la ***justicia***. El ***5*** es el número del ***matrimonio*** (2+3). El ***6*** es el número de la creación. El ***7*** el de la diosa ***Atenea***…

Por otra parte, los números eran interpretados como puntos materiales, lo que permitía asociarlos a *formas geométricas*. Así nacieron los ***números figurados***, que pueden ser agrupados en diferentes familias.

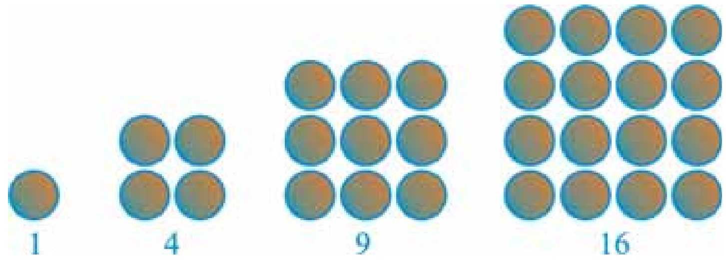


Los números ***rectangulares*** se representan utilizando rectángulos. Dentro de esta familia destaca una subfamilia con importancia propia: la de los números rectangulares ***oblongos*** que son los que se expresan como producto de dos naturales consecutivos; es decir, tienen la forma $n\cdot(n+1)$.

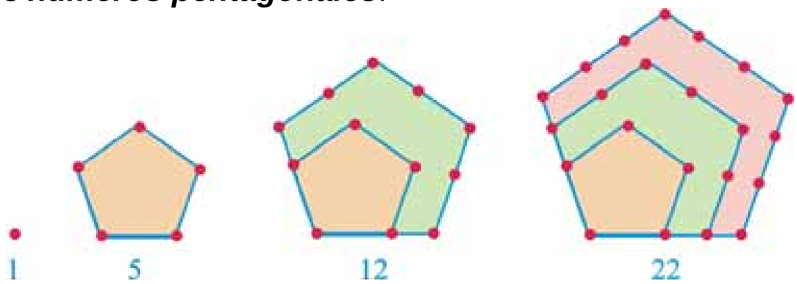
Otras familias de números figurados son: La formada por los ***números triangulares***



La de los ***números cuadrados***:



La de los ***números pentagonales***:



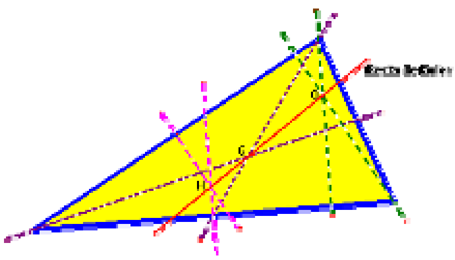
Y así podríamos continuar. ¿Eres capaz tú de escribir los primeros términos de la sucesión de los ***números hexagonales***?

Los *pitagóricos* constataron la existencia de múltiples relaciones entre las diferentes familias de *números figurados*, pero ese será un tema que trataremos en la siguiente entrega de ***DOSPIUNIÓN***.

Iago F. F. 3º ESO.

LEONHARD EULER

En algunos libros de texto de matemáticas se definen, junto con otros conceptos de geometría referidos al triángulo, los puntos O, H y G denominados, respectivamente, *ortocentro*, *circuncentro* y *baricentro*. También se muestra que la distancia que existe entre el *baricentro* y el *ortocentro* es el doble de la que hay entre *baricentro* y *circuncentro*, y que estos tres puntos están alineados, es decir, descansan los tres sobre una recta. Esta recta se denomina ***recta de Euler***.



Leonhard Euler es reconocido como uno de los más importantes, y el más prolífico, matemático de la historia. Escribió cientos de artículos y decenas de libros. Su producción científica ronda las 40 000 páginas. Hizo aportaciones importantes en múltiples campos de las matemáticas: teoría de números, álgebra, estudio de funciones, cálculo diferencial e integral, geometría analítica, teoría de grafos… Entre sus obras citamos: *Introducción al análisis de los infinitos* (1748), *Instituciones del cálculo diferencial* (1755), *Instituciones del cálculo integral* (1768-1770), *Introducción al álgebra* (1770).

Nace el 15 de abril de 1707 en Basilea (Suiza). Su madre procede de una familia de pastores protestantes y su propio padre era un pastor calvinista que deseaba que su hijo ejerciera también como clérigo. Rodeado de estas circunstancias, Leonhard parecía estar predestinado a seguir el camino del sacerdocio.

Ingresó en la universidad de Basilea a los 14 años (donde puso de manifiesto sus increíbles capacidades y su memoria prodigiosa) y allí tuvo un magnífico profesor: Johann Bernoulli, que supo explotar todo su potencial. Al concluir la licenciatura de filosofía, ingresó en la escuela de teología, como era el deseo de su padre, a pesar de que finalmente optó por las matemáticas.

Su progreso era cada día mayor y ganaba títulos y reconocimientos a gran velocidad. Cuando tenía 20 años (1727) recibió, a instancias de Daniel Bernoulli (hijo de su antiguo profesor), una invitación de la emperatriz Catalina I de Rusia para ejercer como profesor de física en la Academia de Ciencias de San Petersburgo. En 1733, debido a la marcha de Daniel Bernoulli, Euler pasó a ocupar la plaza de matemáticas que éste dejó libre.

Poco después se casaría con Kathatarina Gsell, hija de un profesor suizo que vivía en Rusia. Su matrimonio tuvo una amplia descendencia, formada por 13 hijos, pero, por desgracia, únicamente tres de ellos sobrevivirían a sus padres.

Cuando Euler tenía 34 años, Federico el Grande de Prusia le ofreció una plaza en la Academia de Ciencias de Berlín. Euler ya arrastraba en esta época importantes problemas de vista. Vivió en Alemania entre 1741 y 1766.

Después de la etapa alemana, retornó a San Petersburgo donde volvió a trabajar en la Academia. Seguía su producción científica, pero también avanzaban sus problemas de vista. En 1733, año en el que fallece su esposa, estaba totalmente ciego. A pesar de todo, pedía que le leyeran para seguir estando informado de los avances científicos y él mismo dictó a pesar de todo múltiples trabajos y artículos.

Aunque Euler vivió rodeado de grandes personajes de la nobleza, siempre fue un hombre sencillo y amable. Prefería el calor de su hogar y de su familia antes que llevar una vida de apariencia. Este carácter se deja ver en sus obras que reflejan su esfuerzo y dedicación. Tres años después de la muerte de su esposa volvería a casarse con una hermanastra de aquella.

En el atardecer del 18 de septiembre de 1783, horas después de estar trabajando en temas matemáticos, se produjo su fallecimiento. Dejaba tras de sí una inmensa obra.

Fuentes:
http://aula.el-mundo.es/aula/noticia.php/2003/12/01/aula1070043227.html
http://thales.cica.es/rd/Recursos/rd98/Matematicas/09/euler.html
Enciclopedia Microsoft edición básica 2002.
Euler. El maestro de todos los matemáticos.William Dunham. Editorial NIVOLA .

MATEMÁTICAS EN LA CALLE

En un marco natural incomparable, el Parque de Santa Margarita de A Coruña (España), se suele celebrar en el primer sábado del mes de mayo el ***Día de la Ciencia en la Calle***. Este año, ha tenido lugar la decimoprimera edición de este evento.

Escuelas infantiles, Colegios de Educación Primaria y Secundaria, Institutos de Educación Secundaria, Facultades Universitarias, empresas de diversos ramos, entidades y asociaciones, ponen ante los miles de visitantes los resultados más atrayentes de algunas de las actividades a las que se han dedicado durante el curso.

En lo que respecta a los centros escolares, el alumnado se convierte en el protagonista que muestra a los asistentes las facetas más atrayentes de la ciencia.

Aunque las "estrellas" del acontecimiento suelen ser la biología, la geología, la física la química y la tecnología, el ***Club Matemático Durán Loriga*** ha ganado a pulso su hueco en este acontecimiento y lleva participando en él ininterrumpidamente durante los últimos seis años.

En esta última edición veintiocho estudiantes y dos profesores presentamos nuestros materiales, exposiciones, experiencias y boletines (DousPiErre y DosPiUnión) en los que hemos trabajado a lo largo del curso.

Es muy gratificante constatar como familias enteras se interesan y se divierten realizando actividades matemáticas. Algunos descubren por primera vez que esta ciencia tiene facetas sorprendentes…

UNIÓN
REVISTA IBEROAMERICANA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Junio de 2006, Número 6, página 99
ISSN: 1815-0640

Normas para publicación en Unión

1. Los trabajos para publicar se deben enviar a union.fisem@sinewton.org. Deben ser originales y no estar en proceso de publicación en ninguna otra revista. Serán remitidos a varios evaluadores y el Comité editorial de la Revista decidirá finalmente sobre su publicación.
2. Los artículos remitidos para publicación deben ser escritos en Word, letra tipo **aria**l, y tamaño **12 puntos**, interlineado sencillo, márgenes de 2,5 cm. en los 4 bordes del papel, tamaño DIN A-4. La extensión no debe ser superior a las 10 páginas, incluyendo figuras. La simbología matemática necesaria se escribirá con el editor de ecuaciones de Word, se insertará como una imagen o se realizarán utilizando los símbolos disponibles en el juego de caracteres "arial". Es importante no cambiar el juego de caracteres, especialmente **evitar el uso del tipo "Symbol"** u otros similares.
3. Las **ilustraciones y fotografías** deben estar situadas en el lugar del texto donde deben ser publicadas. Si es posible, los "pie de foto" se escribirán dentro de un "cuadro de texto" de Word (con o sin bordes) que estará "agrupado" con la imagen de referencia. Se deben numerar usando: Fig. 1, Fig. 2,… Tabla 1, Tabla 2,…
4. El artículo deberá comenzar con un **resumen o abstract**, que tendrá una longitud máxima de 6 líneas. Preferiblemente se redactará también en inglés, además de la lengua original utilizada (español o portugués).
5. Teniendo en cuenta el carácter internacional de la revista, se hace indispensable que cuando los autores se refieran a un determinado sistema educativo nacional lo hagan constar expresamente y que siempre que se trate de un nivel educativo se indique la edad normal de los alumnos, lo que permitirá la comparación con el sistema educativo nacional del lector.
6. Los datos de identificación de los autores deben figurar en la última página del mismo documento word que contiene el artículo. Con el fin de garantizar el anonimato en el proceso de evaluación, solamente estarán los **datos identificativos en** esta **última página**. En ella se hará constar los siguientes datos:
   - **De contacto**: nombre, dirección electrónica, dirección postal, teléfono.
   - **Para la publicación**: centro de trabajo, lugar de residencia y/o del centro de trabajo, así como una breve reseña biográfica de unas cinco líneas (lugar y fecha de nacimiento, títulos, centro de trabajo, publicaciones...).
7. Las referencias bibliográficas se incluirán al final del trabajo (y antes de la hoja de datos identificativos) y deben seguir los formatos que se indican a continuación.

Para un libro:

Bourbaki, N. (1972). *Elementos de historia de las matemáticas.* Alianza, Madrid.

Bermejo, A. (1998). *La enseñanza de la geometría en la educación primaria.* Editorial Pico Alto, Buenos Aires.

Para un artículo:

Ibáñez, M. y Ortega, T. (1997). "La demostración en matemáticas. Clasificación y ejemplos en el marco de la educación secundaria". *Educación Matemática* 9, 65-104.

Díaz, C. y Fernández, E. (2002). "Actividades con ordenador para la enseñanza de la suma". *Revista de didáctica de las matemáticas* 19, 77-87.

Para un capítulo de libro:

Albert, D. y Thomas, M. (1991). "Research on mathematical proof". En: Tall, D. (ed.), *Advanced Mathematical Thinking,* 215-230. Kluwer, Dordrecht.

Hernández, G., Juárez, I. y Lorenzo, K. (1998). "Recopilación de datos estadísticos y su tratamiento en la enseñanza secundaria". En: Nuez, M. y Pérez, O. (eds.), *Segundo Congreso Americano de Educación Matemática,* 223-234. Editorial JJ, Caracas.